

Wojciech
56
WŁADYSŁAW WOJTOWICZ

50

TABLICE MATEMATYCZNO-FIZYCZNE CZTEROCYFROWE


OPRACOWALI

CZ. BIAŁOBRZESKI, E. RYRKA i A. M. RUSIECKI



WARSZAWA 1958

PAŃSTWOWE ZAKŁADY WYDAWNICTW SZKOLNYCH

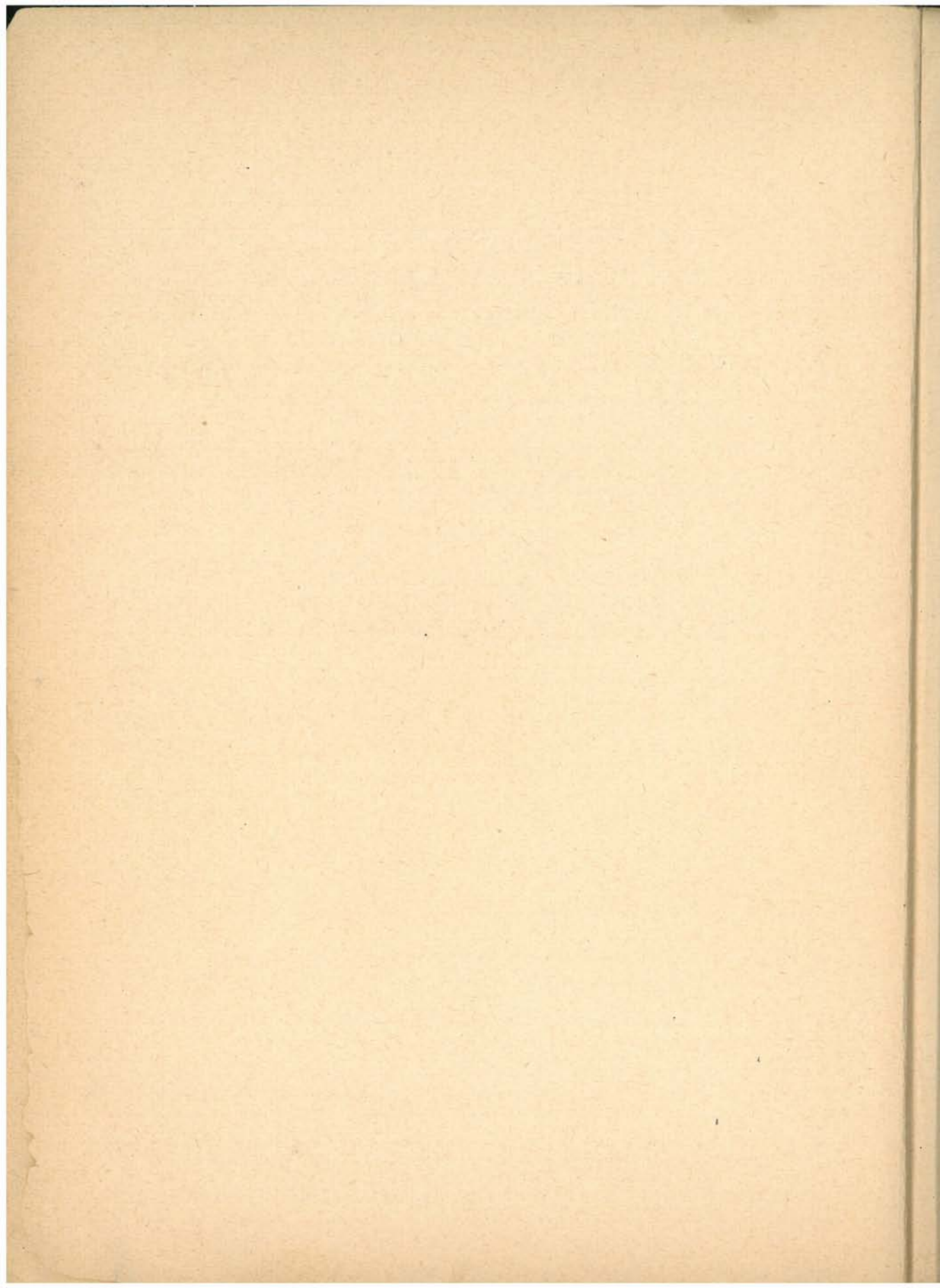
100
100
100

K.

1. NH_4^+
2. Ba^{2+}
3. Zn^{2+}
4. Al^{3+}
5. Ag^{+}
6. Pb^{2+}
7. Bi^{3+}
8. Hg^{2+}
9. H_2O
10. K^+

A.

1. I^- | Br^-
2. Br^- | I^-
3. SO_3^{2-}
4. HPO_4^{2-}
5. CO_3^{2-}



WŁADYSŁAW WOJTOWICZ

TABLICE
MATEMATYCZNO-FIZYCZNE
CZTEROCYFROWE

OPRACOWALI

CZ. BIAŁOBRZESKI, E. RYBKA i A.M. RUSIECKI



WARSZAWA 1958

PAŃSTWOWE ZAKŁADY WYDAWNICTW SZKOLNYCH

Książka zatwierdzona do użytku szkolnego pismem Ministerstwa Oświaty nr VI Oc—1567/49 z dn. 12 VII 1949 r.

Aprobata została przedłużona pismem Ministerstwa Oświaty nr PO3—2105/57 z dn. 2 IX 1957 r. na rok szkolny 1958/59

Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych Warszawa 1958

Nakład 50 000+130 egz.	Oddano do składania 31 VIII 1957 r.
Arkuszy druku 5,25	Podpisano do druku 20 IX 1957 r.
Arkuszy wydawniczych 10,03	Druk ukończono w październiku 57 r.
Papier 75×100 cm, 70 g, kl. V	Zam. nr 468/843
Cena książki: zł 8.20	E-15

Zakłady Graficzne PZWS w Bydgoszczy, Jagiellońska 1

Tab. 1. Niektóre stałe matematyczne

	n	$\log n$		n	$\log n$
$\sqrt{2}$	1,41421	0,1505	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0,70711	I,8495
$\sqrt{3}$	1,73205	0,2386	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0,57735	I,7614
$\sqrt{5}$	2,23607	0,3495	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0,44721	I,6505
$\sqrt{6}$	2,44949	0,3891	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	0,40828	I,6109
$\sqrt{10}$	3,16228	0,5000	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	0,31623	I,5000
2π	6,28319	0,7982	$\frac{1}{2\pi}$	0,15915	I,2018
π	3,14159	0,4971	$\frac{1}{\pi}$	0,31831	I,5029
$\frac{\pi}{4}$	0,78540	I,8951	$\frac{4}{\pi}$	1,27324	0,1049
$\sqrt{\pi}$	1,77245	0,2486	$\sqrt{\frac{1}{\pi}}$	0,56419	I,7514
$\sqrt{\frac{\pi}{4}}$	0,88623	I,9475	$\sqrt{\frac{4}{\pi}}$	1,12838	0,0525
$\frac{\pi}{6}$	0,52360	I,7190	$\frac{6}{\pi}$	1,90986	0,2810
$\frac{4}{3}\pi$	4,18879	0,6221	$\frac{3}{4\pi}$	0,23873	I,3779
$\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$	0,80600	I,9063	$\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$	1,24070	0,0937
$\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi}$	1,61199	0,2074	$\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$	0,62035	I,7926
π^2	9,86960	0,9943	$\frac{1}{\pi^2}$	0,10132	I,0057
π^3	31,00628	1,4914	$\frac{1}{\pi^3}$	0,03225	2,5086
$\frac{\pi}{180}$	0,017453	2,2419	$\frac{180}{\pi}$	57,29578	1,7581
Radian	57,29578°	1,7581	arc 1°	0,017453	2,2419
„	3437,747'	3,5363	arc 1'	0,0329089	4,4637
„	206264,8''	5,3144	arc 1''	0,0548481	6,6856

$$\pi \doteq 3,1415926536$$

$$e \doteq 2,7182818285$$

$$M = \log e \doteq 0,4342944819$$

$$\log M \doteq I,6378$$

$$\frac{1}{\pi} \doteq 0,3183098862$$

$$\frac{1}{e} \doteq 0,3678795147$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{\log e} \doteq 2,3025850930$$

$$\log \frac{1}{M} \doteq 0,3622$$

Tab. 2. Logarytmy liczb 1000 ÷ 1999

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039
101	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082
102	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124
103	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166
104	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208
105	0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249
106	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290
107	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330
108	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370
109	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410
110	0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449
111	0453	0457	0461	0465	0469	0473	0477	0481	0484	0488
112	0492	0496	0500	0504	0508	0512	0515	0519	0523	0527
113	0531	0535	0538	0542	0546	0550	0554	0558	0561	0565
114	0569	0573	0577	0580	0584	0588	0592	0596	0599	0603
115	0607	0611	0615	0618	0622	0626	0630	0633	0637	0641
116	0645	0648	0652	0656	0660	0663	0667	0671	0674	0678
117	0682	0686	0689	0693	0697	0700	0704	0708	0711	0715
118	0719	0722	0726	0730	0734	0737	0741	0745	0748	0752
119	0755	0759	0763	0766	0770	0774	0777	0781	0785	0788
120	0792	0795	0799	0803	0806	0810	0813	0817	0821	0824
121	0828	0831	0835	0839	0842	0846	0849	0853	0856	0860
122	0864	0867	0871	0874	0878	0881	0885	0888	0892	0896
123	0899	0903	0906	0910	0913	0917	0920	0924	0927	0931
124	0934	0938	0941	0945	0948	0952	0955	0959	0962	0966
125	0969	0973	0976	0980	0983	0986	0990	0993	0997	1000
126	1004	1007	1011	1014	1017	1021	1024	1028	1031	1035
127	1038	1041	1045	1048	1052	1055	1059	1062	1065	1069
128	1072	1075	1079	1082	1086	1089	1092	1096	1099	1103
129	1106	1109	1113	1116	1119	1123	1126	1129	1133	1136
130	1139	1143	1146	1149	1153	1156	1159	1163	1166	1169
131	1173	1176	1179	1183	1186	1189	1193	1196	1199	1202
132	1206	1209	1212	1216	1219	1222	1225	1229	1232	1235
133	1239	1242	1245	1248	1252	1255	1258	1261	1265	1268
134	1271	1274	1278	1281	1284	1287	1290	1294	1297	1300
135	1303	1307	1310	1313	1316	1319	1323	1326	1329	1332
136	1335	1339	1342	1345	1348	1351	1355	1358	1361	1364
137	1367	1370	1374	1377	1380	1383	1386	1389	1392	1396
138	1399	1402	1405	1408	1411	1414	1418	1421	1424	1427
139	1430	1433	1436	1440	1443	1446	1449	1452	1455	1458
140	1461	1464	1467	1471	1474	1477	1480	1483	1486	1489
141	1492	1495	1498	1501	1504	1508	1511	1514	1517	1520
142	1523	1526	1529	1532	1535	1538	1541	1544	1547	1550
143	1553	1556	1559	1562	1565	1569	1572	1575	1578	1581
144	1584	1587	1590	1593	1596	1599	1602	1605	1608	1611
145	1614	1617	1620	1623	1626	1629	1632	1635	1638	1641
146	1644	1647	1649	1652	1655	1658	1661	1664	1667	1670
147	1673	1676	1679	1682	1685	1688	1691	1694	1697	1700
148	1703	1706	1708	1711	1714	1717	1720	1723	1726	1729
149	1732	1735	1738	1741	1744	1746	1749	1752	1755	1758
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tab. 2. Logarytmy liczb 1000 ÷ 1999

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
150	1761	1764	1767	1770	1772	1775	1778	1781	1784	1787
151	1790	1793	1796	1798	1801	1804	1807	1810	1813	1816
152	1818	1821	1824	1827	1830	1833	1836	1838	1841	1844
153	1847	1850	1853	1855	1858	1861	1864	1867	1870	1872
154	1875	1878	1881	1884	1886	1889	1892	1895	1898	1901
155	1903	1906	1909	1912	1915	1917	1920	1923	1926	1928
156	1931	1934	1937	1940	1942	1945	1948	1951	1953	1956
157	1959	1962	1965	1967	1970	1973	1976	1978	1981	1984
158	1987	1989	1992	1995	1998	2000	2003	2006	2009	2011
159	2014	2017	2019	2022	2025	2028	2030	2033	2036	2038
160	2041	2044	2047	2049	2052	2055	2057	2060	2063	2066
161	2068	2071	2074	2076	2079	2082	2084	2087	2090	2092
162	2095	2098	2101	2103	2106	2109	2111	2114	2117	2119
163	2122	2125	2127	2130	2133	2135	2138	2140	2143	2146
164	2148	2151	2154	2156	2159	2162	2164	2167	2170	2172
165	2175	2177	2180	2183	2185	2188	2191	2193	2196	2198
166	2201	2204	2206	2209	2212	2214	2217	2219	2222	2225
167	2227	2230	2232	2235	2238	2240	2243	2245	2248	2251
168	2253	2256	2258	2261	2263	2266	2269	2271	2274	2276
169	2279	2281	2284	2287	2289	2292	2294	2297	2299	2302
170	2304	2307	2310	2312	2315	2317	2320	2322	2325	2327
171	2330	2333	2335	2338	2340	2343	2345	2348	2350	2353
172	2355	2358	2360	2363	2365	2368	2370	2373	2375	2378
173	2380	2383	2385	2388	2390	2393	2395	2398	2400	2403
174	2405	2408	2410	2413	2415	2418	2420	2423	2425	2428
175	2430	2433	2435	2438	2440	2443	2445	2448	2450	2453
176	2455	2458	2460	2463	2465	2467	2470	2472	2475	2477
177	2480	2482	2485	2487	2490	2492	2494	2497	2499	2502
178	2504	2507	2509	2512	2514	2516	2519	2521	2524	2526
179	2529	2531	2533	2536	2538	2541	2543	2545	2548	2550
180	2553	2555	2558	2560	2562	2565	2567	2570	2572	2574
181	2577	2579	2582	2584	2586	2589	2591	2594	2596	2598
182	2601	2603	2605	2608	2610	2613	2615	2617	2620	2622
183	2625	2627	2629	2632	2634	2636	2639	2641	2643	2646
184	2648	2651	2653	2655	2658	2660	2662	2665	2667	2669
185	2672	2674	2676	2679	2681	2683	2686	2688	2690	2693
186	2695	2697	2700	2702	2704	2707	2709	2711	2714	2716
187	2718	2721	2723	2725	2728	2730	2732	2735	2737	2739
188	2742	2744	2746	2749	2751	2753	2755	2758	2760	2762
189	2765	2767	2769	2772	2774	2776	2778	2781	2783	2785
190	2788	2790	2792	2794	2797	2799	2801	2804	2806	2808
191	2810	2813	2815	2817	2819	2822	2824	2826	2828	2831
192	2833	2835	2838	2840	2842	2844	2847	2849	2851	2853
193	2856	2858	2860	2862	2865	2867	2869	2871	2874	2876
194	2878	2880	2882	2885	2887	2889	2891	2894	2896	2898
195	2900	2903	2905	2907	2909	2911	2914	2916	2918	2920
196	2923	2925	2927	2929	2931	2934	2936	2938	2940	2942
197	2945	2947	2949	2951	2953	2956	2958	2960	2962	2964
198	2967	2969	2971	2973	2975	2978	2980	2982	2984	2986
199	2989	2991	2993	2995	2997	2999	3002	3004	3006	3008
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tab. 3. Logarytmy liczb 1 ÷ 10 000

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Poprawki								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	Przy wyznaczaniu logarytmów liczb czterocyfrowych od 1000 do 1999 należy posługiwać się poprzednią tablicą.								
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755									
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106									
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430									
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732									
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014									
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279									
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529									
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765									
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989									
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201									
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	11	13	15	17	19
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	16	18
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	8	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	7	8	9	11	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	4	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	6	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	5	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	3	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	3	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$\log \pi = 0,4971$

$-\log \pi = 1,5029$

Tab. 3. Logarytmy liczb $1 \div 10\,000$

											Poprawki								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	2	2	3	4	5	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	3	4	5	5	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	5	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	6	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	4	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	3	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	3	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	0	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	0	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	0	1	1	2	2	3	3	4	4
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	1	1	2	2	3	3	4	4	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	1	1	2	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	1	1	2	2	3	3	4	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	3	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

log $2\pi = 0,7982$ — log $2\pi = 1,2018$

Tab. 4. Logarytmy tangensów i cotangensów

← log tg 0° ÷ 45° →											
	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'
0°	—	4,4637	4,7648	4,9408	5,0658	5,1627	5,2419	5,3088	5,3668	5,4180	5,4637
10'	3,4637	3,5051	3,5429	3,5777	3,6099	3,6398	3,6678	3,6942	3,7190	3,7425	3,7648
20'	3,7648	3,7860	3,8062	3,8255	3,8439	3,8617	3,8787	3,8951	3,9109	3,9261	3,9409
30'	3,9409	3,9551	3,9689	3,9823	3,9952	2,0078	2,0200	2,0319	2,0435	2,0548	2,0658
40'	2,0658	2,0765	2,0870	2,0972	2,1072	2,1170	2,1265	2,1359	2,1450	2,1540	2,1627
50'	2,1627	2,1713	2,1798	2,1880	2,1962	2,2041	2,2120	2,2196	2,2272	2,2346	2,2419
1°	2,2419	2,2491	2,2562	2,2631	2,2700	2,2767	2,2833	2,2899	2,2963	2,3026	2,3089
10'	3089	3150	3211	3271	3330	3389	3446	3503	3559	3614	3669
20'	3669	3723	3776	3829	3881	3932	3983	4033	4083	4132	4181
30'	4181	4229	4276	4323	4370	4416	4461	4506	4551	4595	4638
40'	4638	4682	4725	4767	4809	4851	4892	4933	4973	5013	5053
50'	5053	5092	5131	5170	5208	5246	5283	5321	5358	5394	5431
2°	5,431	5,5431	5,5503	5,5538	5,5573	5,5608	5,5643	5,5677	5,5711	5,5745	5,5779
10'	5779	5812	5845	5878	5911	5943	5975	6007	6038	6070	6101
20'	6101	6132	6163	6193	6223	6254	6283	6313	6343	6372	6401
30'	6401	6430	6459	6487	6515	6544	6571	6599	6627	6654	6682
40'	6682	6709	6736	6762	6789	6815	6842	6868	6894	6920	6945
50'	6945	6971	6996	7021	7046	7071	7096	7121	7145	7170	7194
3°	7,194	7,2718	7,2742	7,2766	7,2790	7,2813	7,2837	7,2860	7,2883	7,2906	7,2929
10'	7429	7452	7475	7497	7520	7542	7565	7587	7609	7631	7652
20'	7652	7674	7696	7717	7739	7760	7781	7802	7823	7844	7865
30'	7865	7886	7906	7927	7947	7967	7988	8008	8028	8048	8067
40'	8067	8087	8107	8126	8146	8165	8185	8204	8223	8242	8261
50'	8261	8280	8299	8317	8336	8355	8373	8392	8410	8428	8446
4°	8,446	8,8465	8,8483	8,8501	8,8518	8,8536	8,8554	8,8572	8,8589	8,8607	8,8624
10'	8624	8642	8659	8676	8694	8711	8728	8745	8762	8778	8795
20'	8795	8812	8829	8845	8862	8878	8895	8911	8927	8944	8960
30'	8960	8976	8992	9008	9024	9040	9056	9071	9087	9103	9118
40'	9118	9134	9150	9165	9180	9196	9211	9226	9241	9256	9272
50'	9272	9287	9302	9316	9331	9346	9361	9376	9390	9405	9420
5°	9,420	9,9434	9,9449	9,9463	9,9477	9,9492	9,9506	9,9520	9,9534	9,9549	9,9563
10'	9563	9577	9591	9605	9619	9633	9646	9660	9674	9688	9701
20'	9701	9715	9729	9742	9756	9769	9782	9796	9809	9823	9836
30'	9836	9849	9862	9875	9888	9901	9915	9928	9940	9953	9966
40'	9,966	9,9979	9,9992	1,0005	1,0017	1,0030	1,0043	1,0055	1,0068	1,0080	1,0093
50'	1,0093	1,0105	1,0118	1,0130	1,0143	1,0155	1,0167	1,0180	1,0192	1,0204	1,0216
6°	1,0216	1,0228	1,0240	1,0253	1,0265	1,0277	1,0289	1,0300	1,0312	1,0324	1,0336
10'	0336	0348	0360	0371	0383	0395	0407	0418	0430	0441	0453
20'	0453	0464	0476	0487	0499	0510	0521	0533	0544	0555	0567
30'	0567	0578	0589	0600	0611	0622	0633	0645	0656	0667	0678
40'	0678	0688	0699	0710	0721	0732	0743	0754	0764	0775	0786
50'	0786	0796	0807	0818	0828	0839	0849	0860	0871	0881	0891
7°	1,0891	1,0902	1,0912	1,0923	1,0933	1,0943	1,0954	1,0964	1,0974	1,0984	1,0995
10'	0995	1005	1015	1025	1035	1045	1055	1066	1076	1086	1096
20'	1096	1106	1116	1125	1135	1145	1155	1165	1175	1185	1194
30'	1194	1204	1214	1223	1233	1243	1252	1262	1272	1281	1291
40'	1291	1300	1310	1319	1329	1338	1348	1357	1367	1376	1385
50'	1385	1395	1404	1413	1423	1432	1441	1450	1460	1469	1478
8°	1,1478	1,1487	1,1496	1,1505	1,1515	1,1524	1,1533	1,1542	1,1551	1,1560	1,1569
10'	1569	1578	1587	1596	1605	1613	1622	1631	1640	1649	1658
20'	1658	1667	1675	1684	1693	1702	1710	1719	1728	1736	1745
30'	1745	1754	1762	1771	1779	1788	1797	1805	1814	1822	1831
40'	1831	1839	1848	1856	1864	1873	1881	1890	1898	1906	1915
50'	1915	1923	1931	1940	1948	1956	1964	1973	1981	1989	1997
	10'	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0'
← log ctg 45° ÷ 90° →											

Tab. 4. Logarytmy tangensów i cotangensów

log tg 0° ÷ 45° →								Poprawki									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
9°	I,1997	I,2078	I,2158	I,2236	I,2313	I,2389	I,2463	80°	8 16 25	33 41 49	57 65 73						
		I,2078	I,2158	I,2236	I,2313	I,2389	I,2463		8 16 24	32 40 48	56 64 72						
			I,2158	I,2236	I,2313	I,2389	I,2463		8 16 23	31 39 47	55 63 70						
				I,2236	I,2313	I,2389	I,2463		8 15 23	30 38 46	53 61 68						
					I,2313	I,2389	I,2463		7 15 22	30 37 45	52 59 67						
10°	I,2463	I,2536	I,2609	I,2680	I,2750	I,2819	I,2887	79°	7 15 22	29 37 44	51 58 66						
			I,2609	I,2680	I,2750	I,2819	I,2887		7 14 21	28 35 42	49 56 63						
					I,2750	I,2819	I,2887		7 14 21	27 34 41	48 55 62						
11°	I,2887	I,2953	I,3020	I,3085	I,3149	I,3212	I,3275	78°	7 13 20	27 33 40	47 53 60						
			I,3020	I,3085	I,3149	I,3212	I,3275		6 13 19	26 32 39	45 52 58						
					I,3149	I,3212	I,3275		6 13 19	25 32 38	44 50 57						
12°	I,3275	I,3336	I,3397	I,3458	I,3517	I,3576	I,3634	77°	6 12 18	25 31 37	43 49 55						
				I,3458	I,3517	I,3576	I,3634		6 12 18	24 29 35	41 47 53						
						I,3576	I,3634		5 11 17	23 29 35	40 46 52						
13°	I,3634	I,3691	I,3748	I,3804	I,3859	I,3914	I,3968	76°	5 11 17	23 28 34	40 45 51						
				I,3804	I,3859	I,3914	I,3968		5 11 16	22 27 33	38 44 49						
14°	I,3968	I,4021	I,4074	I,4127	I,4178	I,4230	I,4281	75°	5 11 16	21 26 32	37 42 48						
				I,4127	I,4178	I,4230	I,4281		5 10 15	21 26 31	36 41 46						
15°	I,4281	I,4331	I,4381	I,4430	I,4479	I,4527	I,4575	74°	5 10 15	20 25 30	35 40 45						
			I,4381	I,4430	I,4479	I,4527	I,4575		5 10 15	19 24 29	34 39 44						
16°	I,4575	I,4622	I,4669	I,4716	I,4762	I,4808	I,4853	73°	5 9 14	19 24 28	33 38 42						
				I,4716	I,4762	I,4808	I,4853		5 9 14	18 23 27	32 37 41						
17°	I,4853	I,4898	I,4943	I,4987	I,5031	I,5075	I,5118	72°	5 9 14	18 23 27	32 36 41						
			I,4943	I,4987	I,5031	I,5075	I,5118		4 9 13	17 22 26	30 35 39						
18°	I,5118	I,5161	I,5203	I,5245	I,5287	I,5329	I,5370	71°	4 8 13	17 21 25	30 34 38						
		I,5161	I,5203	I,5245	I,5287	I,5329	I,5370		4 8 13	17 21 25	29 33 37						
19°	I,5370	I,5411	I,5451	I,5491	I,5531	I,5571	I,5611	70°	4 8 12	16 20 24	28 32 36						
20°	I,5611	I,5650	I,5689	I,5727	I,5766	I,5804	I,5842	69	4 8 12	15 19 23	27 31 35						
21	5842	5879	5917	5954	5991	6028	6064	68	4 7 11	15 19 22	26 30 33						
22	6064	6100	6136	6172	6208	6243	6279	67	4 7 11	14 18 22	25 29 32						
23	6279	6314	6348	6383	6417	6452	6486	66	3 7 10	14 17 21	24 28 31						
24	6486	6520	6553	6587	6620	6654	6687	65°	3 7 10	13 17 20	23 27 30						
25°	I,6687	I,6720	I,6752	I,6785	I,6817	I,6850	I,6882	64	3 7 10	13 16 20	23 26 29						
26	6882	6914	6946	6977	7009	7040	7072	63	3 6 9	13 16 19	22 25 28						
27	7072	7103	7134	7165	7196	7226	7257	62	3 6 9	12 15 19	22 25 28						
28	7257	7287	7317	7348	7378	7408	7438	61	3 6 9	12 15 18	21 24 27						
29	7438	7467	7497	7526	7556	7585	7614	60°	3 6 9	12 15 18	21 24 27						
30°	I,7614	I,7644	I,7673	I,7701	I,7730	I,7759	I,7788	59	3 6 9	12 14 17	20 23 26						
31	7788	7816	7845	7873	7902	7930	7958	58	3 6 9	11 14 17	20 23 26						
32	7958	7986	8014	8042	8070	8097	8125	57	3 6 8	11 14 17	20 22 25						
33	8125	8153	8180	8208	8235	8263	8290	56	3 6 8	11 14 17	19 22 25						
34	8290	8317	8344	8371	8398	8425	8452	55°	3 5 8	11 14 16	19 22 24						
35°	I,8452	I,8479	I,8506	I,8533	I,8559	I,8586	I,8613	54	3 5 8	11 13 16	19 21 24						
36	8613	8639	8666	8692	8718	8745	8771	53	3 5 8	11 13 16	19 21 24						
37	8771	8797	8824	8850	8876	8902	8928	52	3 5 8	10 13 16	18 21 23						
38	8928	8954	8980	9006	9032	9058	9084	51	3 5 8	10 13 16	18 21 23						
39	9084	9110	9135	9161	9187	9212	9238	50°	3 5 8	10 13 15	18 21 23						
40°	I,9238	I,9264	I,9289	I,9315	I,9341	I,9366	I,9392	49	3 5 8	10 13 15	18 20 23						
41	9392	9417	9443	9468	9494	9519	9544	48	3 5 8	10 13 15	18 20 23						
42	9544	9570	9595	9621	9646	9671	9697	47	3 5 8	10 13 15	18 20 23						
43	9697	9722	9747	9772	9798	9823	9848	46	3 5 8	10 13 15	18 20 23						
44	9848	9874	9899	9924	9949	9975	0,0000	45°	3 5 8	10 13 15	18 20 23						
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

← log ctg 45° ÷ 90°

Tab. 4. Logarytmy tangensów i cotangensów

← log tg 45° ÷ 90° →																	
									Poprawki								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	0,0000	0,0025	0,0051	0,0076	0,0101	0,0126	0,0152	44	3	5	8	10	13	15	18	20	23
46	0152	0177	0202	0228	0253	0278	0303	43	3	5	8	10	13	15	18	20	23
47	0303	0329	0354	0379	0405	0430	0456	42	3	5	8	10	13	15	18	20	23
48	0456	0481	0506	0532	0557	0583	0608	41	3	5	8	10	13	15	18	20	23
49	0608	0634	0659	0685	0711	0736	0762	40°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
50°	0,0762	0,0788	0,0813	0,0839	0,0865	0,0890	0,0916	39	3	5	8	10	13	15	18	21	23
51	0916	0942	0968	0994	1020	1046	1072	38	3	5	8	10	13	16	18	21	23
52	1072	1098	1124	1150	1176	1203	1229	37	3	5	8	10	13	16	18	21	24
53	1229	1255	1282	1308	1334	1361	1387	36	3	5	8	11	13	16	18	21	24
54	1387	1414	1441	1467	1494	1521	1548	35°	3	5	8	11	13	16	19	22	24
55°	0,1548	0,1575	0,1602	0,1629	0,1656	0,1683	0,1710	34	3	5	8	11	14	16	19	22	24
56	1710	1737	1765	1792	1820	1847	1875	33	3	6	8	11	14	16	19	22	25
57	1875	1903	1930	1958	1986	2014	2042	32	3	6	8	11	14	17	20	22	25
58	2042	2070	2098	2127	2155	2184	2212	31	3	6	9	11	14	17	20	23	26
59	2212	2241	2270	2299	2327	2356	2386	30°	3	6	9	12	14	17	20	23	26
60°	0,2386	0,2415	0,2444	0,2474	0,2503	0,2533	0,2562	29	3	6	9	12	15	18	21	24	26
61	2562	2592	2622	2652	2683	2713	2743	28	3	6	9	12	15	18	21	24	27
62	2743	2774	2804	2835	2866	2897	2928	27	3	6	9	12	15	19	22	25	28
63	2928	2960	2991	3023	3054	3086	3118	26	3	6	10	13	16	19	22	25	28
64	3118	3150	3183	3215	3248	3280	3313	25°	3	7	10	13	16	20	23	26	29
65°	0,3313	0,3346	0,3380	0,3413	0,3447	0,3480	0,3514	24	3	7	10	13	17	20	23	27	30
66	3514	3548	3583	3617	3652	3686	3721	23	3	7	10	14	17	21	24	28	31
67	3721	3757	3792	3828	3864	3900	3936	22	4	7	11	14	18	22	25	29	32
68	3936	3972	4009	4046	4083	4121	4158	21	4	7	11	15	19	22	26	30	33
69	4158	4196	4234	4273	4311	4350	4389	20°	4	8	12	15	19	23	27	31	35
70°	0,4389	0,4429	0,4469	0,4509	0,4549	0,4589			4	8	12	16	20	24	28	32	36
					0,4589	0,4630		19°	4	9	13	17	21	25	29	33	37
71°	0,4630	0,4671							4	8	13	17	21	25	29	33	37
		0,4671	0,4713	0,4755	0,4797	0,4839	0,4882	18°	4	8	13	17	21	25	30	34	38
72°	0,4882	0,4925	0,4969	0,5013	0,5057				4	9	13	17	22	26	31	35	39
					0,5057	0,5102	0,5147	17°	4	9	13	18	22	27	31	36	40
73°	0,5147	0,5192	0,5238	0,5284					5	9	14	18	23	27	32	37	41
				0,5284	0,5331	0,5378	0,5425	16°	5	9	14	19	23	28	33	38	42
74°	0,5425	0,5473	0,5521	0,5570	0,5619				5	10	15	19	24	29	34	39	44
					0,5619	0,5669	0,5719	15°	5	10	15	20	25	30	35	40	45
75°	0,5719	0,5770	0,5822	0,5873					5	10	15	21	26	31	36	41	46
				0,5873	0,5926	0,5979	0,6032	14°	5	11	16	21	26	32	37	42	48
76°	0,6032	0,6086	0,6141	0,6196					5	11	16	22	27	33	38	44	49
				0,6196	0,6252	0,6309	0,6366	13°	6	11	17	23	28	34	40	45	51
77°	0,6366	0,6424	0,6483	0,6542					6	12	18	23	29	35	41	47	53
				0,6542	0,6603	0,6664	0,6725	12°	6	12	18	24	30	37	43	49	55
78°	0,6725	0,6788	0,6851						6	13	19	25	31	38	44	50	57
			0,6851	0,6915	0,6980				6	13	19	26	32	39	45	52	58
					0,6980	0,7047	0,7113	11°	7	13	20	27	33	40	47	53	60
79°	0,7113	0,7181	0,7250						7	14	21	28	34	41	48	55	62
			0,7250	0,7320	0,7391				7	14	21	28	35	42	49	56	63
					0,7391	0,7464	0,7537	10°	7	15	22	29	36	44	51	58	66
80°	0,7537	0,7611							7	15	22	29	37	44	52	59	67
		0,7611	0,7687	0,7764					8	15	23	31	38	46	53	61	68
				0,7764	0,7842				8	16	23	31	39	47	55	62	70
					0,7842	0,7922	0,8003	9°	8	16	24	32	40	48	56	65	73
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
← log ctg 0° ÷ 45° →																	

Tab. 4. Logarytmy tangensów i cotangensów

← log tg 45° ÷ 90° →

	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	
81°	0,8003	0,8011	0,8019	0,8027	0,8036	0,8044	0,8052	0,8060	0,8069	0,8077	0,8085	50'
10'	8085	8094	8102	8110	8119	8127	8136	8144	8152	8161	8169	40'
20'	8169	8178	8186	8195	8203	8212	8221	8229	8238	8246	8255	30'
30'	8255	8264	8272	8281	8290	8298	8307	8316	8325	8333	8342	20'
40'	8342	8351	8360	8369	8378	8387	8395	8404	8413	8422	8431	10'
50'	8431	8440	8449	8458	8467	8476	8485	8495	8504	8513	8522	8°
82°	0,8522	0,8531	0,8540	0,8550	0,8559	0,8568	0,8577	0,8587	0,8596	0,8605	0,8615	50'
10'	8615	8624	8633	8643	8652	8662	8671	8681	8690	8700	8709	40'
20'	8709	8719	8728	8738	8748	8757	8767	8777	8786	8796	8806	30'
30'	8806	8815	8825	8835	8845	8855	8865	8875	8884	8894	8904	20'
40'	8904	8914	8924	8934	8945	8955	8965	8975	8985	8995	9005	10'
50'	9005	9016	9026	9036	9046	9057	9067	9077	9088	9098	9109	7°
83°	0,9109	0,9119	0,9129	0,9140	0,9151	0,9161	0,9172	0,9182	0,9193	0,9204	0,9214	50'
10'	9214	9225	9236	9246	9257	9268	9279	9290	9301	9312	9322	40'
20'	9322	9333	9344	9355	9367	9378	9389	9400	9411	9422	9433	30'
30'	9433	9445	9456	9467	9479	9490	9501	9513	9524	9536	9547	20'
40'	9547	9559	9570	9582	9593	9605	9617	9629	9640	9652	9664	10'
50'	9664	9676	9688	9700	9711	9723	9735	9747	9760	9772	9784	6°
84°	0,9784	0,9796	0,9808	0,9820	0,9833	0,9845	0,9857	0,9870	0,9882	0,9895	0,9907	50'
10'	0,9907	0,9920	0,9932	0,9945	0,9957	0,9970	0,9983	0,9995	1,0008	1,0021	1,0034	40'
20'	1,0034	1,0047	1,0060	1,0072	1,0085	1,0099	1,0112	1,0125	1,0138	1,0151	1,0164	30'
30'	0164	0177	0191	0204	0218	0231	0244	0258	0271	0285	0299	20'
40'	0299	0312	0326	0340	0354	0367	0381	0395	0409	0423	0437	10'
50'	0437	0451	0466	0480	0494	0508	0523	0537	0551	0566	0580	5°
85°	1,0580	1,0595	1,0610	1,0624	1,0639	1,0654	1,0669	1,0684	1,0698	1,0713	1,0728	50'
10'	0728	0744	0759	0774	0789	0804	0820	0835	0850	0866	0882	40'
20'	0882	0897	0913	0929	0944	0960	0976	0992	1008	1024	1040	30'
30'	1040	1056	1073	1089	1105	1122	1138	1155	1171	1188	1205	20'
40'	1205	1222	1238	1255	1272	1289	1306	1324	1341	1358	1376	10'
50'	1376	1393	1411	1428	1446	1464	1482	1499	1517	1535	1554	4°
86°	1,1554	1,1572	1,1590	1,1608	1,1627	1,1645	1,1664	1,1683	1,1701	1,1720	1,1739	50'
10'	1739	1758	1777	1796	1815	1835	1854	1874	1893	1913	1933	40'
20'	1933	1952	1972	1992	2012	2033	2053	2073	2094	2114	2135	30'
30'	2135	2156	2177	2198	2219	2240	2261	2283	2304	2326	2348	20'
40'	2348	2369	2391	2413	2435	2458	2480	2503	2525	2548	2571	10'
50'	2571	2594	2617	2640	2663	2687	2710	2734	2758	2782	2806	3°
87°	1,2806	1,2830	1,2855	1,2879	1,2904	1,2929	1,2954	1,2979	1,3004	1,3029	1,3055	50'
10'	3055	3080	3106	3132	3158	3185	3211	3238	3264	3291	3318	40'
20'	3318	3346	3373	3401	3429	3456	3485	3513	3541	3570	3599	30'
30'	3599	3628	3657	3687	3717	3746	3777	3807	3837	3868	3899	20'
40'	3899	3930	3962	3993	4025	4057	4089	4122	4155	4188	4221	10'
50'	4221	4255	4289	4323	4357	4392	4427	4462	4497	4533	4569	2°
88°	1,4569	1,4606	1,4642	1,4679	1,4717	1,4754	1,4792	1,4830	1,4869	1,4908	1,4947	50'
10'	4947	4987	5027	5067	5108	5149	5191	5233	5275	5318	5362	40'
20'	5362	5405	5449	5494	5539	5584	5630	5677	5724	5771	5819	30'
30'	5819	5868	5917	5967	6017	6068	6119	6171	6224	6277	6331	20'
40'	6331	6386	6441	6497	6554	6611	6670	6729	6789	6850	6911	10'
50'	6911	6974	7037	7101	7167	7233	7300	7369	7438	7509	7581	1°
89°	1,7581	1,7654	1,7728	1,7804	1,7880	1,7959	1,8038	1,8120	1,8202	1,8287	1,8373	50'
10'	1,8373	1,8460	1,8550	1,8641	1,8735	1,8830	1,8928	1,9028	1,9130	1,9235	1,9342	40'
20'	1,9342	1,9452	1,9565	1,9681	1,9800	1,9922	2,0048	2,0177	2,0311	2,0449	2,0591	30'
30'	2,0591	2,0739	2,0891	2,1049	2,1213	2,1383	2,1561	2,1745	2,1938	2,2140	2,2352	20'
40'	2,2352	2,2575	2,2810	2,3058	2,3322	2,3602	2,3901	2,4223	2,4571	2,4949	2,5363	10'
50'	2,5363	2,5820	2,6332	2,6912	2,7581	2,8373	2,9342	3,0592	3,2352	3,5363	—	0°
	10'	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0'	

← log ctg 0° ÷ 45° →

Tab. 5. Logarytmy sinusów i cosinusów

← log sin 0° ÷ 45° →											
	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'
0°		4,4637	4,7648	4,9408	5,0658	5,1627	5,2419	5,3088	5,3668	5,4180	5,4637
10'	3,4637	3,5051	3,5429	3,5777	3,6099	3,6398	3,6678	3,6942	3,7190	3,7425	3,7648
20'	3,7648	3,7859	3,8061	3,8255	3,8439	3,8617	3,8787	3,8951	3,9109	3,9261	3,9408
30'	3,9408	3,9551	3,9689	3,9822	3,9952	2,0078	2,0200	2,0319	2,0435	2,0548	2,0658
40'	2,0658	2,0765	2,0870	2,0972	2,1072	2,1169	2,1265	2,1358	2,1450	2,1539	2,1627
50'	2,1627	2,1713	2,1797	2,1880	2,1961	2,2041	2,2119	2,2196	2,2271	2,2346	2,2419
1°	2,2419	2,2490	2,2561	2,2630	2,2699	2,2766	2,2832	2,2898	2,2962	2,3025	2,3088
10'	3088	3150	3210	3270	3329	3388	3445	3502	3558	3613	3668
20'	3668	3722	3775	3828	3880	3931	3982	4032	4082	4131	4179
30'	4179	4227	4275	4322	4368	4414	4459	4504	4549	4593	4637
40'	4637	4680	4723	4765	4807	4848	4890	4930	4971	5011	5050
50'	5050	5090	5129	5167	5206	5243	5281	5318	5355	5392	5428
2°	5,428	5,446	5,464	5,482	5,500	5,518	5,536	5,554	5,572	5,590	5,608
10'	5776	5809	5842	5875	5907	5939	5972	6003	6035	6066	6097
20'	6097	6128	6159	6189	6220	6250	6279	6309	6339	6368	6397
30'	6397	6426	6454	6483	6511	6539	6567	6595	6622	6650	6677
40'	6677	6704	6731	6758	6784	6810	6837	6863	6889	6914	6940
50'	6940	6965	6991	7016	7041	7066	7090	7115	7140	7164	7188
3°	7,188	7,212	7,236	7,260	7,283	7,307	7,330	7,354	7,377	7,400	7,423
10'	7423	7445	7468	7491	7513	7535	7557	7580	7602	7623	7645
20'	7645	7667	7688	7710	7731	7752	7773	7794	7815	7836	7857
30'	7857	7877	7898	7918	7939	7959	7979	7999	8019	8039	8059
40'	8059	8078	8098	8117	8137	8156	8175	8194	8213	8232	8251
50'	8251	8270	8289	8307	8326	8345	8363	8381	8400	8418	8436
4°	8,436	8,454	8,472	8,490	8,508	8,525	8,543	8,560	8,578	8,595	8,613
10'	8613	8630	8647	8665	8682	8699	8716	8733	8749	8766	8783
20'	8783	8799	8816	8833	8849	8865	8882	8898	8914	8930	8946
30'	8946	8962	8978	8994	9010	9026	9042	9057	9073	9089	9104
40'	9104	9119	9135	9150	9166	9181	9196	9211	9226	9241	9256
50'	9256	9271	9286	9301	9315	9330	9345	9359	9374	9388	9403
5°	9,403	9,417	9,432	9,446	9,460	9,475	9,489	9,503	9,517	9,531	9,545
10'	9545	9559	9573	9587	9601	9614	9628	9642	9655	9669	9682
20'	9682	9696	9709	9723	9736	9750	9763	9776	9789	9803	9816
30'	9816	9829	9842	9855	9868	9881	9894	9907	9919	9932	9945
40'	9,945	9,958	9,970	9,983	9,996	1,0008	1,0021	1,0033	1,0046	1,0058	1,0070
50'	1,0070	1,0083	1,0095	1,0107	1,0120	1,0132	1,0144	1,0156	1,0168	1,0180	1,0192
6°	1,0192	1,0204	1,0216	1,0228	1,0240	1,0252	1,0264	1,0276	1,0287	1,0299	1,0311
10'	0311	0323	0334	0346	0357	0369	0380	0392	0403	0415	0426
20'	0426	0438	0449	0460	0472	0483	0494	0505	0516	0527	0539
30'	0539	0550	0561	0572	0583	0594	0605	0616	0626	0637	0648
40'	0648	0659	0670	0680	0691	0702	0712	0723	0734	0744	0755
50'	0755	0765	0776	0786	0797	0807	0818	0828	0838	0849	0859
7°	1,0859	1,0869	1,0879	1,0890	1,0900	1,0910	1,0920	1,0930	1,0940	1,0951	1,0961
10'	0961	0971	0981	0991	1001	1011	1020	1030	1040	1050	1060
20'	1060	1070	1080	1089	1099	1109	1118	1128	1138	1147	1157
30'	1157	1167	1176	1186	1195	1205	1214	1224	1233	1242	1252
40'	1252	1261	1271	1280	1289	1299	1308	1317	1326	1336	1345
50'	1345	1354	1363	1372	1381	1390	1399	1409	1418	1427	1436
8°	1,1436	1,1445	1,1453	1,1462	1,1471	1,1480	1,1489	1,1498	1,1507	1,1516	1,1525
10'	1525	1533	1542	1551	1560	1568	1577	1586	1594	1603	1612
20'	1612	1620	1629	1637	1646	1655	1663	1672	1680	1689	1697
30'	1697	1705	1714	1722	1731	1739	1747	1756	1764	1772	1781
40'	1781	1789	1797	1806	1814	1822	1830	1838	1847	1855	1863
50'	1863	1871	1879	1887	1895	1903	1911	1919	1927	1935	1943
	10'	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0'
← log cos 45° ÷ 90° →											

Tab. 5. Logarytmy sinusów i cosinusów

log sin 0° ÷ 45° →							Poprawki										
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
9°	I,1943	I,2022	I,2100	I,2176	I,2251	I,2324	I,2397	80°	8	16	24	32	40	48	56	64	72
		I,2022	I,2100	I,2176	I,2251	I,2324	I,2397		8	16	24	32	39	47	55	63	70
			I,2100	I,2176	I,2251	I,2324	I,2397		8	15	23	31	38	46	53	61	69
				I,2176	I,2251	I,2324	I,2397		8	15	23	30	38	45	53	60	67
10°	I,2397	I,2468	I,2538	I,2606	I,2674	I,2740	I,2806	79°	7	15	22	29	37	44	51	58	66
		I,2468	I,2538	I,2606	I,2674	I,2740	I,2806		7	14	21	28	35	42	49	56	63
			I,2538	I,2606	I,2674	I,2740	I,2806		7	14	20	27	34	41	48	55	61
11°	I,2806	I,2870	I,2934	I,2997	I,3058	I,3119	I,3179	78°	7	13	20	27	33	40	47	53	59
		I,2870	I,2934	I,2997	I,3058	I,3119	I,3179		6	13	19	26	32	38	45	51	58
			I,2934	I,2997	I,3058	I,3119	I,3179		6	13	19	25	31	38	44	50	56
12°	I,3179	I,3238	I,3296	I,3353	I,3410	I,3466	I,3521	77°	6	12	18	24	30	37	43	49	55
		I,3238	I,3296	I,3353	I,3410	I,3466	I,3521		6	12	18	23	29	35	41	47	53
			I,3296	I,3353	I,3410	I,3466	I,3521		6	11	17	23	29	34	40	46	51
13°	I,3521	I,3575	I,3629	I,3682	I,3734	I,3786	I,3837	76°	6	11	17	22	28	33	39	44	50
		I,3575	I,3629	I,3682	I,3734	I,3786	I,3837		5	11	16	21	27	32	38	43	48
			I,3629	I,3682	I,3734	I,3786	I,3837		5	10	16	21	26	31	36	41	46
14°	I,3837	I,3887	I,3937	I,3986	I,4035	I,4083	I,4130	75°	5	10	15	20	25	30	35	40	45
		I,3887	I,3937	I,3986	I,4035	I,4083	I,4130		4	9	14	19	24	28	33	38	43
			I,3937	I,3986	I,4035	I,4083	I,4130		5	9	14	19	23	28	32	37	42
15°	I,4130	I,4177	I,4223	I,4269	I,4314	I,4359	I,4403	74°	5	9	14	18	23	27	32	36	41
		I,4177	I,4223	I,4269	I,4314	I,4359	I,4403		4	9	13	18	22	26	31	35	39
			I,4223	I,4269	I,4314	I,4359	I,4403		4	8	13	17	21	25	29	34	38
16°	I,4403	I,4447	I,4491	I,4533	I,4576	I,4618	I,4659	73°	4	9	13	17	21	25	29	33	37
		I,4447	I,4491	I,4533	I,4576	I,4618	I,4659		4	8	12	16	20	24	28	32	36
			I,4491	I,4533	I,4576	I,4618	I,4659		4	8	12	15	19	23	27	31	35
17°	I,4659	I,4700	I,4741	I,4781	I,4821	I,4861	I,4900	72°	4	7	11	15	19	22	26	30	33
		I,4700	I,4741	I,4781	I,4821	I,4861	I,4900		4	7	11	14	18	22	25	29	32
			I,4741	I,4781	I,4821	I,4861	I,4900		4	7	11	14	18	21	25	28	32
18°	I,4900	I,4939	I,4977	I,5015	I,5052	I,5090	I,5126	71°	3	7	10	14	17	20	24	27	31
		I,4939	I,4977	I,5015	I,5052	I,5090	I,5126		3	7	10	13	17	20	23	27	30
			I,4977	I,5015	I,5052	I,5090	I,5126		3	6	10	13	16	19	22	26	29
19°	I,5126	I,5163	I,5199	I,5235	I,5270	I,5306	I,5341	70°	3	6	10	13	16	19	22	25	28
		I,5163	I,5199	I,5235	I,5270	I,5306	I,5341		3	6	9	12	15	18	22	25	28
			I,5199	I,5235	I,5270	I,5306	I,5341		3	6	9	12	15	18	21	24	27
20°	I,5341	I,5375	I,5409	I,5443	I,5477	I,5510	I,5543	69°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
		I,5375	I,5409	I,5443	I,5477	I,5510	I,5543		3	6	9	12	15	18	21	24	27
			I,5409	I,5443	I,5477	I,5510	I,5543		3	6	9	12	15	17	20	23	26
21°	I,5543	I,5576	I,5609	I,5641	I,5673	I,5704	I,5736	68°	3	5	8	11	14	17	20	22	25
		I,5576	I,5609	I,5641	I,5673	I,5704	I,5736		3	5	8	11	14	17	19	22	25
			I,5609	I,5641	I,5673	I,5704	I,5736		3	5	8	11	14	17	19	22	25
22°	I,5736	I,5767	I,5798	I,5828	I,5859	I,5889	I,5919	67°	3	5	8	11	14	17	19	22	25
		I,5767	I,5798	I,5828	I,5859	I,5889	I,5919		3	5	8	11	14	17	19	22	25
			I,5798	I,5828	I,5859	I,5889	I,5919		3	5	8	11	14	17	19	22	25
23°	I,5919	I,5948	I,5978	I,6007	I,6036	I,6065	I,6093	66°	3	5	8	11	14	17	19	22	25
		I,5948	I,5978	I,6007	I,6036	I,6065	I,6093		3	5	8	11	14	17	19	22	25
			I,5978	I,6007	I,6036	I,6065	I,6093		3	5	8	11	14	17	19	22	25
24°	I,6093	I,6121	I,6149	I,6177	I,6205	I,6232	I,6259	65°	3	5	8	11	14	17	19	22	25
		I,6121	I,6149	I,6177	I,6205	I,6232	I,6259		3	5	8	11	14	17	19	22	25
			I,6149	I,6177	I,6205	I,6232	I,6259		3	5	8	11	14	17	19	22	25
25°	I,6259	I,6286	I,6313	I,6340	I,6366	I,6392	I,6418	64	3	5	8	11	13	16	19	21	24
		I,6286	I,6313	I,6340	I,6366	I,6392	I,6418		3	5	8	10	13	15	18	20	23
			I,6313	I,6340	I,6366	I,6392	I,6418		3	5	8	10	12	15	17	20	22
26°	6418	6444	6470	6495	6521	6546	6570	63	2	5	7	10	12	15	17	20	22
	6444	6470	6495	6521	6546	6570	6594		2	5	7	9	12	14	16	19	21
		6470	6495	6521	6546	6570	6594		2	5	7	9	11	13	16	18	20
27°	6570	6595	6620	6644	6668	6692	6716	62	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	6595	6620	6644	6668	6692	6716	6740		2	4	6	8	10	12	14	16	18
		6620	6644	6668	6692	6716	6740		2	4	6	8	10	12	14	16	18
28°	6716	6740	6763	6787	6810	6833	6856	61	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	6740	6763	6787	6810	6833	6856	6879		2	4	6	8	10	12	14	16	18
		6763	6787	6810	6833	6856	6879		2	4	6	8	10	12	14	16	18
29°	6856	6878	6901	6923	6946	6968	6990	60°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	6878	6901	6923	6946	6968	6990	7012		2	4	6	8	10	12	14	16	18
		6901	6923	6946	6968	6990	7012		2	4	6	8	10	12	14	16	18
30°	I,6990	I,7012	I,7033	I,7055	I,7076	I,7097	I,7118	59	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	I,7012	I,7033	I,7055	I,7076	I,7097	I,7118	I,7139		2	4	6	8	10	12	14	16	18
		I,7033	I,7055	I,7076	I,7097	I,7118	I,7139		2	4	6	8	10	12	14	16	18
31°	7118	7139	7160	7181	7201	7222	7242	58	2	3	5	7	9	11	13	15	17
	7139	7160	7181	7201	7222	7242	7262		2	3	5	7	9	11	13	15	17
		7160	7181	7201	7222	7242	7262		2	3	5	7	9	11	13	15	17
32°	7242	7262	7282	7302	7322	7342	7361	57	2	3	5	7	9	11	13	15	17
	7262	7282	7302	7322	7342	7361	7380		2	3	5	7	9	11	13	15	17
		7282	7302	7322	7342	7361	7380		2	3	5	7	9	11	13	15	17
33°	7361	7380	7400	7419	7438	7457	7476	56	2	3	5	7	9	11	13	15	17
	7380	7400	7419	7438	7457	7476	7494		2	3	5	7	9	11	13	15	17
		7400	7419	7438	7457	7476	7494		2	3	5	7	9	11	13	15	17
34°	7476	7494	7513	7531	7550	7568	7586	55°	2	3	5	7	9	11	13	15	17
	7494	7513	7531	7550	7568	7586	7604		2	3	5	7	9	11	13	15	17
		7513	7531	7550	7568	7586	7604		2	3	5	7	9	11	13	15	17
35°	I,7586	I,7604	I,7622	I,7640	I,7657	I,7675	I,7692	54	2	3	5	7	9	11	13	15	17
	I,7604	I,7622	I,7640	I,7657	I,7675	I,7692	I,7710		2	3	5	7	9	11	13	15	17
		I,7622	I,7640	I,7657	I,7675	I,7692	I,7710		2	3	5	7	9	11	13	15	17
36°	7692	7710	7727	7744	7761	7778	7795	53	2	3	5	7	9	11	13	15	17
	7710	7727	7744	7761	7778	7795	7811		2	3	5	7	9	11	13	15	17
		7727	7744	7761	7778	7795	7811		2	3	5	7	9	11	13	15	17
37°	7795	7811	7828	7844	7861	7877	7893	52	2	3	5	7	9	11	13	15	17

Tab. 5. Logarytmy sinusów i cosinusów

$\log \sin 45^\circ \div 90^\circ \rightarrow$																		
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		Poprawki									
									1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	
45°	I,8495	I,8507	I,8520	I,8532	I,8545	I,8557	I,8569	44	1	2	4	5	6	7	9	10	11	
46	8569	8582	8594	8606	8618	8629	8641	43	1	2	4	5	6	7	8	10	11	
47	8641	8653	8665	8676	8688	8699	8711	42	1	2	4	5	6	7	8	9	10	
48	8711	8722	8733	8745	8756	8767	8778	41	1	2	3	4	6	7	8	9	10	
49	8778	8789	8800	8810	8821	8832	8843	40°	1	2	3	4	5	6	8	9	10	
50°	I,8843	I,8853	I,8864	I,8874	I,8884	I,8895	I,8905	39	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
51	8905	8915	8925	8935	8945	8955	8965	38	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
52	8965	8975	8985	8995	9004	9014	9023	37	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
53	9023	9033	9042	9052	9061	9070	9080	36	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
54	9080	9089	9098	9107	9116	9125	9134	35°	1	2	3	4	5	5	6	7	8	
55°	I,9134	I,9142	I,9151	I,9160	I,9169	I,9177	I,9186	34	1	2	3	3	4	5	6	7	8	
56	9186	9194	9203	9211	9219	9228	9236	33	1	2	3	3	4	5	6	7	8	
57	9236	9244	9252	9260	9268	9276	9284	32	1	2	2	3	4	5	6	6	7	
58	9284	9292	9300	9308	9315	9323	9331	31	1	2	2	3	4	5	5	6	7	
59	9331	9338	9346	9353	9361	9368	9375	30°	1	1	2	3	4	4	5	6	7	
60°	I,9375	I,9383	I,9390	I,9397	I,9404	I,9411	I,9418	29	1	1	2	3	4	4	5	6	6	
61	9418	9425	9432	9439	9446	9453	9459	28	1	1	2	3	3	4	5	5	6	
62	9459	9466	9473	9479	9486	9492	9499	27	1	1	2	3	3	4	5	5	6	
63	9499	9505	9512	9518	9524	9530	9537	26	1	1	2	3	3	4	4	5	6	
64	9537	9543	9549	9555	9561	9567	9573	25°	1	1	2	2	3	4	4	5	5	
65°	I,9573	I,9579	I,9584	I,9590	I,9596	I,9602	I,9607	24	1	1	2	2	3	3	4	5	5	
66	9607	9613	9618	9624	9629	9635	9640	23	1	1	2	2	3	3	4	4	5	
67	9640	9646	9651	9656	9661	9667	9672	22	1	1	2	2	3	3	4	4	5	
68	9672	9677	9682	9687	9692	9697	9702	21	0	1	1	2	2	3	3	4	4	
69	9702	9706	9711	9716	9721	9725	9730	20°	0	1	1	2	2	3	3	4	4	
70°	I,9730	I,9734	I,9739	I,9743	I,9748	I,9752	I,9757	19	0	1	1	2	2	3	3	4	4	
71	9757	9761	9765	9770	9774	9778	9782	18	0	1	1	2	2	3	3	3	4	
72	9782	9786	9790	9794	9798	9802	9806	17	0	1	1	2	2	2	3	3	4	
73	9806	9810	9814	9817	9821	9825	9828	16	0	1	1	1	2	2	3	3	3	
74	9828	9832	9836	9839	9843	9846	9849	15°	0	1	1	1	2	2	2	3	3	
75°	I,9849	I,9853	I,9856	I,9859	I,9863	I,9866	I,9869	14	Poprawki należy obliczać w pamięci.									
76	9869	9872	9875	9878	9881	9884	9887	13										
77	9887	9890	9893	9896	9899	9901	9904	12										
78	9904	9907	9909	9912	9914	9917	9919	11										
79	9919	9922	9924	9927	9929	9931	9934	10°										
80°	I,9934	I,9936	I,9938	I,9940	I,9942	I,9944	I,9946	9										
81	9946	9948	9950	9952	9954	9956	9958	8										
82	9958	9959	9961	9963	9964	9966	9968	7										
83	9968	9969	9971	9972	9973	9975	9976	6										
84	9976	9977	9979	9980	9981	9982	9983	5°										
85°	I,9983	I,9985	I,9986	I,9987	I,9988	I,9989	I,9989	4										
86	9989	9990	9991	9992	9993	9993	9994	3										
87	9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	2										
88	9997	9998	9998	9999	9999	9999	9999	1										
89	I,9999	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0°										
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	
$\leftarrow \log \cos 0^\circ \div 45^\circ$																		

Tab. 6. Zamiana stopni na radiany i odwrotnie

	rad.		rad.		rad.		rad.		rad.	stopnie
1°	0,0175	31°	0,5411	61°	1,0647	1'	0,0003	31'	0,0090	0,001 0,06
2	0349	32	5585	62	0821	2	0006	32	0093	0,002 0,11
3	0524	33	5760	63	0996	3	0009	33	0096	0,003 0,17
4	0698	34	5934	64	1170	4	0012	34	0099	0,004 0,23
5	0873	35	6109	65	1345	5	0015	35	0102	0,005 0,29
										0,006 0,34
6°	0,1047	36°	0,6283	66°	1,1519	6'	0,0017	36'	0,0105	0,007 0,40
7	1222	37	6458	67	1694	7	0020	37	0108	0,008 0,46
8	1396	38	6632	68	1868	8	0023	38	0111	0,009 0,52
9	1571	39	6807	69	2043	9	0026	39	0113	
10	1745	40	6981	70	2217	10	0029	40	0116	0,01 0,57
										0,02 1,15
11°	0,1920	41°	0,7156	71°	1,2392	11'	0,0032	41'	0,0119	0,03 1,72
12	2094	42	7330	72	2566	12	0035	42	0122	0,04 2,29
13	2269	43	7505	73	2741	13	0038	43	0125	0,05 2,86
14	2443	44	7679	74	2915	14	0041	44	0128	0,06 3,44
15	2618	45	7854	75	3090	15	0044	45	0131	0,07 4,01
										0,08 4,58
16°	0,2793	46°	0,8029	76°	1,3265	16'	0,0047	46'	0,0134	0,09 5,16
17	2967	47	8203	77	3439	17	0049	47	0137	0,1 5,73
18	3142	48	8378	78	3614	18	0052	48	0140	0,2 11,46
19	3316	49	8552	79	3788	19	0055	49	0143	0,3 17,19
20	3491	50	8727	80	3963	20	0058	50	0145	0,4 22,92
										0,5 28,65
21°	0,3665	51°	0,8901	81°	1,4137	21'	0,0061	51'	0,0148	0,6 34,38
22	3840	52	9076	82	4312	22	0064	52	0151	0,7 40,11
23	4014	53	9250	83	4486	23	0067	53	0154	0,8 45,84
24	4189	54	9425	84	4661	24	0070	54	0157	0,9 51,57
25	4363	55	9599	85	4835	25	0073	55	0160	
										1 57,30
26°	0,4538	56°	0,9774	86°	1,5010	26'	0,0076	56'	0,0163	2 114,59
27	4712	57	9948	87	5184	27	0079	57	0166	3 171,89
28	4887	58	1,0123	88	5359	28	0081	58	0169	4 229,18
29	5061	59	0297	89	5533	29	0084	59	0172	5 286,48
30	5236	60	0472	90	5708	30	0087	60	0175	6 343,77

Tab. 7. Zamiana „tysięcznych“ na stopnie

$$\text{„Tysięczna“} = \frac{1}{6400} \text{ kąta pełnego}$$

0,1 tys.	0°00'20",25	1 tys.	0°03'22",5	10 tys.	0°33'45"	100 tys.	5°37'30"	1000 tys.	56°15'
0,2 „	40",5	2 „	6'45"	20 „	1°07'30"	200 „	11°15'	2000 „	112°30'
0,3 „	1'00",75	3 „	10'07",5	30 „	1°41'15"	300 „	16°52'30"	3000 „	168°45'
0,4 „	1'21"	4 „	13'30"	40 „	2°15'	400 „	22°30'	4000 „	225°
0,5 „	1'41",25	5 „	16'52",5	50 „	2°48'45"	500 „	28°07'30"	5000 „	281°15'
0,6 „	2'01",5	6 „	20'15"	60 „	3°22'30"	600 „	33°45'	6000 „	337°30'
0,7 „	2'21",75	7 „	23'37",5	70 „	3°56'15"	700 „	39°22'30"		
0,8 „	2'42"	8 „	27'	80 „	4°30'	800 „	45°		
0,9 „	3'02",25	9 „	30'22",5	90 „	5°03'45"	900 „	50°37'30"		

Tab. 8. Wartości tangensów i cotangensów

tg 0° ÷ 45°								Poprawki									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	0349	0378	0407	0437	0466	0495	0524	87	3	6	9	12	15	18	20	23	26
3	0524	0553	0582	0612	0641	0670	0699	86	3	6	9	12	15	18	20	23	26
4	0699	0729	0758	0787	0816	0846	0875	85°	3	6	9	12	15	18	21	23	26
5°	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84	3	6	9	12	15	18	21	24	26
6	1051	1080	1110	1139	1169	1198	1228	83	3	6	9	12	15	18	21	24	27
7	1228	1257	1287	1317	1346	1376	1405	82	3	6	9	12	15	18	21	24	27
8	1405	1435	1465	1495	1524	1554	1584	81	3	6	9	12	15	18	21	24	27
9	1584	1614	1644	1673	1703	1733	1763	80°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
10°	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79	3	6	9	12	15	18	21	24	27
11	1944	1974	2004	2035	2065	2095	2126	78	3	6	9	12	15	18	21	24	27
12	2126	2156	2186	2217	2247	2278	2309	77	3	6	9	12	15	18	21	24	27
13	2309	2339	2370	2401	2432	2462	2493	76	3	6	9	12	15	18	21	25	28
14	2493	2524	2555	2586	2617	2648	2679	75°	3	6	9	12	16	19	22	25	28
15°	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	3	6	9	13	16	19	22	25	28
16	2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73	3	6	9	13	16	19	22	25	29
17	3057	3089	3121	3153	3185	3217	3249	72	3	6	10	13	16	19	22	26	29
18	3249	3281	3314	3346	3378	3411	3443	71	3	6	10	13	16	19	23	26	29
19	3443	3476	3508	3541	3574	3607	3640	70°	3	7	10	13	16	20	23	26	30
20°	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69	3	7	10	13	17	20	23	27	30
21	3839	3872	3906	3939	3973	4006	4040	68	3	7	10	13	17	20	23	27	30
22	4040	4074	4108	4142	4176	4210	4245	67	3	7	10	14	17	21	24	27	31
23	4245	4279	4314	4348	4383	4417	4452	66	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24	4452	4487	4522	4557	4592	4628	4663	65°	4	7	11	14	18	21	25	28	32
25°	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64	4	7	11	14	18	21	25	29	32
26	4877	4913	4950	4986	5022	5059	5095	63	4	7	11	15	18	22	25	29	33
27	5095	5132	5169	5206	5243	5280	5317	62	4	7	11	15	18	22	26	30	33
28	5317	5354	5392	5430	5467	5505	5543	61	4	8	11	15	19	23	26	30	34
29	5543	5581	5619	5658	5696	5735	5774	60°	4	8	12	15	19	23	27	31	35
30°	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59	4	8	12	16	20	24	27	31	35
31	6009	6048	6088	6128	6168	6208	6249	58	4	8	12	16	20	24	28	32	36
32	6249	6289	6330	6371	6412	6453	6494	57	4	8	12	16	20	25	29	33	37
33	6494	6536	6577	6619	6661	6703	6745	56	4	8	13	17	21	25	29	33	38
34	6745	6787	6830	6873	6916	6959	7002	55°	4	9	13	17	21	26	30	34	39
35°	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54	4	9	13	18	22	26	31	35	40
36	7265	7310	7355	7400	7445	7490	7536	53	5	9	14	18	23	27	32	36	41
37	7536	7581	7627	7673	7720	7766	7813	52	5	9	14	18	23	28	32	37	42
38	7813	7860	7907	7954	8002	8050	8098	51	5	10	14	19	24	29	33	38	43
39	8098	8146	8195	8243	8292	8342	8391	50°	5	10	15	20	24	29	34	39	44
40°	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49	5	10	15	20	25	30	35	40	45
41	8693	8744	8796	8847	8899	8952	9004	48	5	10	16	21	26	31	36	41	47
42	9004	9057	9110	9163	9217	9271	9325	47	5	11	16	21	27	32	37	43	48
43	9325	9380	9435	9490	9545	9601	9657	46	6	11	17	22	28	33	39	44	50
44	9657	9713	9770	9827	9884	9942	1,0000	45°	6	11	17	23	29	34	40	46	51
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

← ctg 45° ÷ 90°

Tab. 8. Wartości tangensów i cotangensów

tg 45° ÷ 90° →								Poprawki									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	1,0000	1,0058	1,0117	1,0176	1,0235	1,0295	1,0355	44	6	12	18	24	30	36	41	47	53
46	0355	0416	0477	0538	0599	0661	0724	43	6	12	18	25	31	37	43	49	55
47	0724	0786	0850	0913	0977	1041	1106	42	6	13	19	26	32	38	45	51	57
48	1106	1171	1237	1303	1369	1436	1504	41	7	13	20	27	33	40	46	53	60
49	1504	1571	1640	1708	1778	1847	1918	40°	7	14	21	28	35	41	48	55	62
50°	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349	39	7	14	22	29	36	43	50	58	65
51	2349	2423	2497	2572	2647	2723	2799	38	8	15	23	30	38	45	53	60	68
52	2799	2876	2954	3032	3111	3190	3270	37	8	16	24	31	39	47	55	63	71
53	3270	3351	3432	3514	3597	3680	3764	36	8	16	25	33	41	49	58	66	74
54	3764	3848	3934	4019	4106	4193	4281	35°	9	17	26	35	43	52	60	69	78
55°	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	34	9	18	27	36	45	55	64	73	82
56	4826	4919	5013	5108	5204	5301	5399	33	10	19	29	38	48	57	67	76	86
57	5399	5497	5597	5697	5798	5900	6003	32	10	20	30	40	50	60	70	81	91
58	6003	6107	6212	6319	6426	6534	6643	31	11	21	32	43	53	64	75	85	96
59	6643	6753	6864	6977	7090	7205	7321	30°	11	23	34	45	57	68	79	90	102
60°	1,732	1,744	1,756	1,767	1,780	1,792	1,804	29	1	2	4	5	6	7	8	10	11
61	1,804	1,816	1,829	1,842	1,855	1,868	1,881	28	1	3	4	5	6	8	9	10	12
62	1,881	1,894	1,907	1,921	1,935	1,949	1,963	27	1	3	4	5	7	8	10	11	12
63	1,963	1,977	1,991	2,006	2,020	2,035	2,050	26	1	3	4	6	7	9	10	12	13
64	2,050	2,066	2,081	2,097	2,112	2,128	2,145	25°	2	3	5	6	8	9	11	13	14
65°	2,145	2,161	2,177	2,194	2,211	2,229	2,246	24	2	3	5	7	8	10	12	14	15
66	2,246	2,264	2,282	2,300	2,318	2,337	2,356	23	2	4	6	7	9	11	13	15	16
67	2,356	2,375	2,394	2,414	2,434	2,455	2,475	22	2	4	6	8	10	12	14	16	18
68	2,475	2,496	2,517	2,539	2,560	2,583	2,605	21	2	4	7	9	11	13	15	17	20
69	2,605	2,628	2,651	2,675	2,699	2,723	2,747	20°	2	5	7	9	12	14	17	19	21
70°	2,747	2,773	2,798	2,824	2,850	2,877	2,904	19	3	5	8	10	13	16	18	21	23
71	2,904	2,932	2,960	2,989	3,018	3,047	3,078	18	3	6	9	12	15	17	20	23	26
72	3,078	3,108	3,140	3,172	3,204	3,237	3,271	17	3	6	10	13	16	19	23	26	29
73	3,271	3,305	3,340	3,376	3,412	3,450	3,487	16	4	7	11	14	18	22	25	29	32
74	3,487	3,526	3,566	3,606	3,647	3,689	3,732	15°	4	8	12	16	20	25	29	33	37
75°	3,732	3,776	3,821	3,867	3,914	3,962	4,011	14	5	9	14	19	23	28	33	37	42
76	4,011	4,061	4,113	4,165	4,219	4,275	4,331	13	5	11	16	21	27	32	37	43	48
77	4,331	4,390	4,449	4,511	4,574	4,638	4,705	12	6	12	19	25	31	37	44	50	56
78	4,705	4,773	4,843	4,915	4,989	5,066	5,145	11	7	15	22	29	37	44	51	59	66
79	5,145	5,226	5,309	5,396	5,485	5,576	5,671	10°	9	18	26	35	44	53	61	70	79
80°	5,671	5,769	5,871	5,976	6,084	6,197	6,314	9	Poprawki oblicza się w pamięci.								
81	6,314	6,435	6,561	6,691	6,827	6,968	7,115	8									
82	7,115	7,269	7,429	7,596	7,770	7,953	8,144	7									
83	8,144	8,345	8,556	8,777	9,010	9,255	9,514	6									
84	9,514	9,788	10,078	10,385	10,712	11,059	11,430	5°	Jeżeli n oznacza liczbę minut, przy czym n < 120, to zachodzi przybliżona równość								
85°	11,43	11,83	12,25	12,71	13,20	13,73	14,30	4									
86	14,30	14,92	15,60	16,35	17,17	18,07	19,08	3									
87	19,08	20,21	21,47	22,90	24,54	26,43	28,64	2									
88	28,64	31,24	34,37	38,19	42,96	49,10	57,29	1									
89	57,29	68,75	85,94	114,59	171,89	343,77	—	0°	ctg n' = tg (90° - n') = $\frac{3438}{n}$								
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

2 — Tablice mat. - fiz.

← ctg 0° ÷ 45°

Tab. 9. Wartości sinusów i cosinusów

sin 0° ÷ 45°								Poprawki								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1' 2' 3'	4' 5' 6'	7' 8' 9'					
0°	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	3 6 9	12 15 17	20 23 26					
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	3 6 9	12 15 17	20 23 26					
2	0349	0378	0407	0436	0465	0494	0523	87	3 6 9	12 15 17	20 23 26					
3	0523	0552	0581	0610	0640	0669	0698	86	3 6 9	12 15 17	20 23 26					
4	0698	0727	0756	0785	0814	0843	0872	85°	3 6 9	12 15 17	20 23 26					
5°	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84	3 6 9	12 14 17	20 23 26					
6	1045	1074	1103	1132	1161	1190	1219	83	3 6 9	12 14 17	20 23 26					
7	1219	1248	1276	1305	1334	1363	1392	82	3 6 9	12 14 17	20 23 26					
8	1392	1421	1449	1478	1507	1536	1564	81	3 6 9	11 14 17	20 23 26					
9	1564	1593	1622	1650	1679	1708	1736	80°	3 6 9	11 14 17	20 23 26					
10°	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79	3 6 9	11 14 17	20 23 26					
11	1908	1937	1965	1994	2022	2051	2079	78	3 6 9	11 14 17	20 23 26					
12	2079	2108	2136	2164	2193	2221	2250	77	3 6 9	11 14 17	20 23 26					
13	2250	2278	2306	2334	2363	2391	2419	76	3 6 8	11 14 17	20 23 25					
14	2419	2447	2476	2504	2532	2560	2588	75°	3 6 8	11 14 17	20 23 25					
15°	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74	3 6 8	11 14 17	20 22 25					
16	2756	2784	2812	2840	2868	2896	2924	73	3 6 8	11 14 17	20 22 25					
17	2924	2952	2979	3007	3035	3062	3090	72	3 6 8	11 14 17	19 22 25					
18	3090	3118	3145	3173	3201	3228	3256	71	3 6 8	11 14 17	19 22 25					
19	3256	3283	3311	3338	3365	3393	3420	70°	3 5 8	11 14 16	19 22 25					
20°	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69	3 5 8	11 14 16	19 22 25					
21	3584	3611	3638	3665	3692	3719	3746	68	3 5 8	11 14 16	19 22 24					
22	3746	3773	3800	3827	3854	3881	3907	67	3 5 8	11 13 16	19 21 24					
23	3907	3934	3961	3987	4014	4041	4067	66	3 5 8	11 13 16	19 21 24					
24	4067	4094	4120	4147	4173	4200	4226	65°	3 5 8	11 13 16	19 21 24					
25°	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64	3 5 8	11 13 16	18 21 24					
26	4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63	3 5 8	10 13 16	18 21 23					
27	4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62	3 5 8	10 13 15	18 21 23					
28	4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61	3 5 8	10 13 15	18 20 23					
29	4848	4874	4899	4924	4950	4975	5000	60°	3 5 8	10 13 15	18 20 23					
30°	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59	3 5 8	10 13 15	18 20 23					
31	5150	5175	5200	5225	5250	5275	5299	58	2 5 7	10 12 15	17 20 22					
32	5299	5324	5348	5373	5398	5422	5446	57	2 5 7	10 12 15	17 20 22					
33	5446	5471	5495	5519	5544	5568	5592	56	2 5 7	10 12 15	17 19 22					
34	5592	5616	5640	5664	5688	5712	5736	55°	2 5 7	10 12 14	17 19 22					
35°	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54	2 5 7	9 12 14	17 19 21					
36	5878	5901	5925	5948	5972	5995	6018	53	2 5 7	9 12 14	16 19 21					
37	6018	6041	6065	6088	6111	6134	6157	52	2 5 7	9 12 14	16 18 21					
38	6157	6180	6202	6225	6248	6271	6293	51	2 5 7	9 11 14	16 18 20					
39	6293	6316	6338	6361	6383	6406	6428	50°	2 5 7	9 11 14	16 18 20					
40°	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49	2 4 7	9 11 13	15 18 20					
41	6561	6583	6604	6626	6648	6670	6691	48	2 4 7	9 11 13	15 17 20					
42	6691	6713	6734	6756	6777	6799	6820	47	2 4 6	9 11 13	15 17 19					
43	6820	6841	6862	6884	6905	6926	6947	46	2 4 6	8 11 13	15 17 19					
44	6947	6967	6988	7009	7030	7050	7071	45°	2 4 6	8 10 12	15 17 19					
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1' 2' 3'	4' 5' 6'	7' 8' 9'					

← cos 45° ÷ 90°

Tab. 9. Wartości sinusów i cosinusów

90°
4223

sin 45° ÷ 90°								Poprawki								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1' 2' 3'	4' 5' 6'	7' 8' 9'					
45°	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	44	2 4 6	8 10 12	14 16 18					
46	7193	7214	7234	7254	7274	7294	7314	43	2 4 6	8 10 12	14 16 18					
47	7314	7333	7353	7373	7392	7412	7431	42	2 4 6	8 10 12	14 16 18					
48	7431	7451	7470	7490	7509	7528	7547	41	2 4 6	8 10 12	14 15 17					
49	7547	7566	7585	7604	7623	7642	7660	40°	2 4 6	8 9 11	13 15 17					
50°	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39	2 4 6	7 9 11	13 15 17					
51	7771	7790	7808	7826	7844	7862	7880	38	2 4 5	7 9 11	13 14 16					
52	7880	7898	7916	7934	7951	7969	7986	37	2 4 5	7 9 11	12 14 16					
53	7986	8004	8021	8039	8056	8073	8090	36	2 3 5	7 9 10	12 14 16					
54	8090	8107	8124	8141	8158	8175	8192	35°	2 3 5	7 8 10	12 14 15					
55°	0,8192	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34	2 3 5	7 8 10	11 13 15					
56	8290	8307	8323	8339	8355	8371	8387	33	2 3 5	6 8 10	11 13 14					
57	8387	8403	8418	8434	8450	8465	8480	32	2 3 5	6 8 9	11 12 14					
58	8480	8496	8511	8526	8542	8557	8572	31	1 3 5	6 8 9	11 12 14					
59	8572	8587	8601	8616	8631	8646	8660	30°	1 3 4	6 7 9	10 12 13					
60°	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29	1 3 4	6 7 9	10 11 13					
61	8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28	1 3 4	6 7 8	10 11 12					
62	8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27	1 3 4	5 7 8	9 11 12					
63	8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26	1 3 4	5 6 8	9 10 12					
64	8988	9001	9013	9026	9038	9051	9063	25°	1 3 4	5 6 8	9 10 11					
65°	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9135	24	1 2 4	5 6 7	8 10 11					
66	9135	9147	9159	9171	9182	9194	9205	23	1 2 3	5 6 7	8 9 10					
67	9205	9216	9228	9239	9250	9261	9272	22	1 2 3	4 6 7	8 9 10					
68	9272	9283	9293	9304	9315	9325	9336	21	1 2 3	4 5 6	7 9 10					
69	9336	9346	9356	9367	9377	9387	9397	20°	1 2 3	4 5 6	7 8 9					
70°	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19	1 2 3	4 5 6	7 8 9					
71	9455	9465	9474	9483	9492	9502	9511	18	1 2 3	4 5 6	7 7 8					
72	9511	9520	9528	9537	9546	9555	9563	17	1 2 3	3 4 5	6 7 8					
73	9563	9572	9580	9588	9596	9605	9613	16	1 2 2	3 4 5	6 7 7					
74	9613	9621	9628	9636	9644	9652	9659	15°	1 2 2	3 4 5	5 6 7					
75°	0,9659	0,9667	0,9674	0,9681	0,9689	0,9696	0,9703	14	1 1 2	3 4 4	5 6 7					
76	9703	9710	9717	9724	9730	9737	9744	13	1 1 2	3 3 4	5 5 6					
77	9744	9750	9757	9763	9769	9775	9781	12	1 1 2	2 3 4	4 5 6					
78	9781	9787	9793	9799	9805	9811	9816	11	1 1 2	2 3 3	4 5 5					
79	9816	9822	9827	9833	9838	9843	9848	10°	1 1 2	2 3 3	4 4 5					
80°	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9	0 1 1	2 2 3	3 4 4					
81	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	8	0 1 1	2 2 3	3 3 4					
82	9903	9907	9911	9914	9918	9922	9925	7	0 1 1	1 2 2	3 3 3					
83	9925	9929	9932	9936	9939	9942	9945	6	0 1 1	1 2 2	2 3 3					
84	9945	9948	9951	9954	9957	9959	9962	5°	0 1 1	1 2 2	2 3 3					
85°	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4	Poprawki oblicza się w pamięci.							
86	9976	9978	9980	9981	9983	9985	9986	3								
87	9986	9988	9989	9990	9992	9993	9994	2								
88	9994	9995	9996	9997	9997	9998	9998	1								
89	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0°								
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1' 2' 3'	4' 5' 6'	7' 8' 9'					

cos 0° ÷ 45°

Tab. 10. Kwadraty liczb 1,000 ÷ 9,999

											Poprawki								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	020	040	061	082	1,103	124	145	166	188	2	4	6	8	10	13	15	17	19
1,1	1,210	232	254	277	300	1,323	346	369	392	416	2	5	7	9	11	14	16	18	21
1,2	1,440	464	488	513	538	1,563	588	613	638	664	3	5	7	10	12	15	17	20	23
1,3	1,690	716	742	769	796	1,823	850	877	904	932	3	5	8	11	13	16	19	22	24
1,4	1,960	988	*016	*045	*074	2,103	132	161	190	220	3	6	9	12	14	17	20	23	26
1,5	2,250	280	310	341	372	2,403	434	465	496	528	3	6	9	12	15	19	22	25	28
1,6	2,560	592	624	657	690	2,723	756	789	822	856	3	7	10	13	16	20	23	26	30
1,7	2,890	924	958	993	*028	3,063	098	133	168	204	4	7	10	14	17	21	24	28	32
1,8	3,240	276	312	349	386	3,423	460	497	534	572	4	7	11	15	18	22	26	30	33
1,9	3,610	648	686	725	764	3,803	842	881	920	960	4	8	12	16	19	23	27	31	35
2,0	4,000	040	080	121	162	4,203	244	285	326	368	4	8	12	16	20	25	29	33	37
2,1	4,410	452	494	537	580	4,623	666	709	752	796	4	9	13	17	21	26	30	34	39
2,2	4,840	884	928	973	*018	5,063	108	153	198	244	5	9	13	18	22	27	31	36	41
2,3	5,290	336	382	429	476	5,523	570	617	664	712	5	9	14	19	23	28	33	38	42
2,4	5,760	808	856	905	954	6,003	052	101	150	200	5	10	15	20	24	29	34	39	44
2,5	6,250	300	350	401	452	6,503	554	605	656	708	5	10	15	20	25	31	36	41	46
2,6	6,760	812	864	917	970	7,023	076	129	182	236	5	11	16	21	26	32	37	42	48
2,7	7,290	344	398	453	508	7,563	618	673	728	784	6	11	16	22	27	33	38	44	50
2,8	7,840	896	952	*009	*066	8,123	180	237	294	352	6	11	17	23	28	34	40	46	51
2,9	8,410	468	526	585	644	8,703	762	821	880	940	6	12	18	24	29	35	41	47	53
3,0	9,000	060	120	181	242	9,303	364	425	486	548	6	12	18	24	30	37	43	49	55
3,1	9,610	672	734	797	860	9,923	986	*049	*112	*176	6	13	19	25	31	38	44	50	57
3,2	10,240	304	368	433	498	10,563	628	693	758	824	7	13	19	26	32	39	45	52	59
3,3	10,890	956	*022	*089	*156	11,223	290	357	424	492	7	13	20	27	33	40	47	54	60
3,4	11,560	628	696	765	834	11,903	972	*041	*110	*180	7	14	21	28	34	41	48	55	62
3,5	12,250	320	390	461	532	12,603	674	745	816	888	7	14	21	28	35	43	50	57	64
3,6	12,960	*032	*104	*177	*250	13,323	396	469	542	616	7	15	22	29	36	44	51	58	66
3,7	13,690	764	838	913	988	14,063	138	213	288	364	8	15	22	30	37	45	52	60	68
3,8	14,440	516	592	669	746	14,823	900	977	*054	*132	8	15	23	31	38	46	54	62	69
3,9	15,210	288	366	445	524	15,603	682	761	840	920	8	16	24	32	39	47	55	63	71
4,0	16,000	080	160	241	322	16,403	484	565	646	728	8	16	24	32	40	49	57	65	73
4,1	16,810	892	974	*057	*140	17,223	306	389	472	556	8	17	25	33	41	50	58	66	75
4,2	17,640	724	808	893	978	18,063	148	233	318	404	9	17	25	34	42	51	59	68	77
4,3	18,490	576	662	749	836	18,923	*010	*097	*184	*272	9	17	26	35	43	52	61	70	78
4,4	19,360	448	536	625	714	19,803	892	981	*070	*160	9	18	27	36	44	53	62	71	80
4,5	20,250	340	430	521	612	20,703	794	885	976	*068	9	18	27	36	45	55	64	73	82
4,6	21,160	252	344	437	530	21,623	716	809	902	996	9	19	28	37	46	56	65	74	84
4,7	22,090	184	278	373	468	22,563	658	753	848	944	10	19	28	38	47	57	66	76	86
4,8	23,040	136	232	329	426	23,523	620	717	814	912	10	19	29	39	48	58	68	78	87
4,9	24,010	108	206	305	404	24,503	602	701	800	900	10	20	30	40	49	59	69	79	89
5,0	25,000	100	200	301	402	25,503	604	705	806	908	10	20	30	40	50	61	71	81	91
5,1	26,010	112	214	317	420	26,523	626	729	832	936	10	21	31	41	51	62	72	82	93
5,2	27,040	144	248	353	458	27,563	668	773	878	984	11	21	31	42	52	63	73	84	95
5,3	28,090	196	302	409	516	28,623	730	837	944	*052	11	21	32	43	53	64	75	86	96
5,4	29,160	268	376	485	594	29,703	812	921	*030	*140	11	22	33	44	54	65	76	87	98
	+0,1	+0,4	-0,1	-0,4		-0,5	-0,4	-0,1	+0,4	+0,1	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tab. 10. Kwadraty liczb 1,000 ÷ 9,999

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Poprawki								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	30,250	360	470	581	692	30,803	914*025*136*248	11	22	33	44	55	67	78	89	100			
5,6	31,360	472	584	697	810	31,923	*036*149*262*376	11	23	34	45	56	68	79	90	102			
5,7	32,490	604	718	833	948	33,063	178 293 408 524	12	23	34	46	57	69	80	92	104			
5,8	33,640	756	872	989*106		34,223	340 457 574 692	12	23	35	47	58	70	82	94	105			
5,9	34,810	928*046*165*284				35,403	522 641 760 880	12	24	36	48	59	71	83	95	107			
6,0	36,000	120	240	361	482	36,603	724 845 966*088	12	24	36	48	60	73	85	97	109			
6,1	37,210	332	454	577	700	37,823	946*069*192*316	12	25	37	49	61	74	86	98	111			
6,2	38,440	564	688	813	938	39,063	188 313 438 564	13	25	37	50	62	75	87	100	113			
6,3	39,690	816	942*069*196			40,323	450 577 704 832	13	25	38	51	63	76	89	102	114			
6,4	40,960*088*216*345*474					41,603	732 861 990*120	13	26	39	52	64	77	90	103	116			
6,5	42,250	380	510	641	772	42,903	*034*165*296*428	13	26	39	52	65	79	92	105	118			
6,6	43,560	692	824	957*090		44,223	356 489 622 756	13	27	40	53	66	80	93	106	120			
6,7	44,890*024*158*293*428					45,563	698 833 968*104	14	27	40	54	67	81	94	108	122			
6,8	46,240	376	512	649	786	46,923	*060*197*334*472	14	27	41	55	68	82	96	110	123			
6,9	47,610	748	886*025*164			48,303	442 581 720 860	14	28	42	56	69	83	97	111	125			
7,0	49,000	140	280	421	562	49,703	844 985*126*268	14	28	42	56	70	85	99	113	127			
7,1	50,410	552	694	837	980	51,123	266 409 552 696	14	29	43	57	71	86	100	114	129			
7,2	51,840	984*128*273*418				52,563	708 853 998*144	15	29	43	58	72	87	101	116	131			
7,3	53,290	436	582	729	876	54,023	170 317 464 612	15	29	44	59	73	88	103	118	132			
7,4	54,760	908*056*205*354				55,503	652 801 950*100	15	30	45	60	74	89	104	119	134			
7,5	56,250	400	550	701	852	57,003	154 305 456 608	15	30	45	60	75	91	106	121	136			
7,6	57,760	912*064*217*370				58,523	676 829 982*136	15	31	46	61	76	92	107	122	138			
7,7	59,290	444	598	753	908	60,063	218 373 528 684	16	31	46	62	77	93	108	124	140			
7,8	60,840	996*152*309*466				61,623	780 937*094*252	16	31	47	63	78	94	110	126	141			
7,9	62,410	568	726	885*044		63,203	362 521 680 840	16	32	48	64	79	95	111	127	143			
8,0	64,000	160	320	481	642	64,803	964*125*286*448	16	32	48	64	80	97	113	129	145			
8,1	65,610	772	934*097*260			66,423	586 749 912*076	16	33	49	65	81	98	114	130	147			
8,2	67,240	404	568	733	898	68,063	228 393 558 724	17	33	49	66	82	99	115	132	149			
8,3	68,890*056*222*389*556					69,723	890*057*224*392	17	33	50	67	83	100	117	134	150			
8,4	70,560	728	896*065*234			71,403	572 741 910*080	17	34	51	68	84	101	118	135	152			
8,5	72,250	420	590	761	932	73,103	274 445 616 788	17	34	51	68	85	103	120	137	154			
8,6	73,960*132*304*477*650					74,823	996*169*342*516	17	35	52	69	86	104	121	138	156			
8,7	75,690	864*038*213*388				76,563	738 913*088*264	18	35	52	70	87	105	122	140	158			
8,8	77,440	616	792	969*146		78,323	500 677 854*032	18	35	53	71	88	106	124	142	159			
8,9	79,210	388	566	745	924	80,103	282 461 640 820	18	36	54	72	89	107	125	143	161			
9,0	81,000	180	360	541	722	81,903	*084*265*446*628	18	36	54	72	90	109	127	145	163			
9,1	82,810	992*174*357*540				83,723	906*089*272*456	18	37	55	73	91	110	128	146	165			
9,2	84,640	824*008*193*378				85,563	748 933*118*304	19	37	55	74	92	111	129	148	167			
9,3	86,490	676	862*049*236			87,423	610 797 984*172	19	37	56	75	93	112	131	150	168			
9,4	88,360	548	736	925*114		89,303	492 681 870*060	19	38	57	76	94	113	132	151	170			
9,5	90,250	440	630	821*012		91,203	394 585 776 968	19	38	57	76	95	115	134	153	172			
9,6	92,160	352	544	737	930	93,123	316 509 702 896	19	39	58	77	96	116	135	154	174			
9,7	94,090	284	478	673	868	95,063	258 453 648 844	20	39	58	78	97	117	136	156	176			
9,8	96,040	236	432	629	826	97,023	220 417 614 812	20	39	59	79	98	118	138	158	177			
9,9	98,010	208	406	605	804	99,003	202 401 600 800	20	40	60	80	99	119	139	159	179			
	+0,1 +0,4 -0,1 -0,4 -0,5 -0,4 -0,1 +0,4 +0,1										1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tab. 11. Sześciiany liczb 1,00 ÷ 9,99

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295
1,1	1,331	1,368	1,405	1,443	1,482	1,521	1,561	1,602	1,643	1,685
1,2	1,728	1,772	1,816	1,861	1,907	1,953	2,000	2,048	2,097	2,147
1,3	2,197	2,248	2,300	2,353	2,406	2,460	2,515	2,571	2,628	2,686
1,4	2,744	2,803	2,863	2,924	2,986	3,049	3,112	3,177	3,242	3,308
1,5	3,375	3,443	3,512	3,582	3,652	3,724	3,796	3,870	3,944	4,020
1,6	4,096	4,173	4,252	4,331	4,411	4,492	4,574	4,657	4,742	4,827
1,7	4,913	5,000	5,088	5,178	5,268	5,359	5,452	5,545	5,640	5,735
1,8	5,832	5,930	6,029	6,128	6,230	6,332	6,435	6,539	6,645	6,751
1,9	6,859	6,968	7,078	7,189	7,301	7,415	7,530	7,645	7,762	7,881
2,0	8	8,121	8,242	8,365	8,490	8,615	8,742	8,870	8,999	9,129
2,1	9,261	9,394	9,528	9,664	9,800	9,938	10,08	10,22	10,36	10,50
2,2	10,648	10,79	10,94	11,09	11,24	11,39	11,54	11,70	11,85	12,01
2,3	12,167	12,33	12,49	12,65	12,81	12,98	13,14	13,31	13,48	13,65
2,4	13,824	14,00	14,17	14,35	14,53	14,71	14,89	15,07	15,25	15,44
2,5	15,625	15,81	16,00	16,19	16,39	16,58	16,78	16,97	17,17	17,37
2,6	17,576	17,78	17,98	18,19	18,40	18,61	18,82	19,03	19,25	19,47
2,7	19,683	19,90	20,12	20,35	20,57	20,80	21,02	21,25	21,48	21,72
2,8	21,952	22,19	22,43	22,67	22,91	23,15	23,39	23,64	23,89	24,14
2,9	24,389	24,64	24,90	25,15	25,41	25,67	25,93	26,20	26,46	26,73
3,0	27	27,27	27,54	27,82	28,09	28,37	28,65	28,93	29,22	29,50
3,1	29,791	30,08	30,37	30,66	30,96	31,26	31,55	31,86	32,16	32,46
3,2	32,768	33,08	33,39	33,70	34,01	34,33	34,65	34,97	35,29	35,61
3,3	35,937	36,26	36,59	36,93	37,26	37,60	37,93	38,27	38,61	38,96
3,4	39,304	39,65	40,00	40,35	40,71	41,06	41,42	41,78	42,14	42,51
3,5	42,875	43,24	43,61	43,99	44,36	44,74	45,12	45,50	45,88	46,27
3,6	46,656	47,05	47,44	47,83	48,23	48,63	49,03	49,43	49,84	50,24
3,7	50,653	51,06	51,48	51,90	52,31	52,73	53,16	53,58	54,01	54,44
3,8	54,872	55,31	55,74	56,18	56,62	57,07	57,51	57,96	58,41	58,86
3,9	59,319	59,78	60,24	60,70	61,16	61,63	62,10	62,57	63,04	63,52
4,0	64	64,48	64,96	65,45	65,94	66,43	66,92	67,42	67,92	68,42
4,1	68,921	69,43	69,93	70,44	70,96	71,47	71,99	72,51	73,03	73,56
4,2	74,088	74,62	75,15	75,69	76,23	76,77	77,31	77,85	78,40	78,95
4,3	79,507	80,06	80,62	81,18	81,75	82,31	82,88	83,45	84,03	84,60
4,4	85,184	85,77	86,35	86,94	87,53	88,12	88,72	89,31	89,92	90,52
4,5	91,125	91,73	92,35	92,96	93,58	94,20	94,82	95,44	96,07	96,70
4,6	97,336	97,97	98,61	99,25	99,90	100,5	101,2	101,8	102,5	103,2
4,7	103,823	104,5	105,2	105,8	106,5	107,2	107,9	108,5	109,2	109,9
4,8	110,592	111,3	112,0	112,7	113,4	114,1	114,8	115,5	116,2	116,9
4,9	117,649	118,4	119,1	119,8	120,6	121,3	122,0	122,8	123,6	124,3
5,0	125	125,8	126,5	127,3	128,0	128,8	129,6	130,3	131,1	131,9
5,1	132,651	133,4	134,2	135,0	135,8	136,6	137,4	138,2	139,0	139,8
5,2	140,608	141,4	142,2	143,1	143,9	144,7	145,5	146,4	147,2	148,0
5,3	148,877	149,7	150,6	151,4	152,3	153,1	154,0	154,9	155,7	156,6
5,4	157,464	158,3	159,2	160,1	161,0	161,9	162,8	163,7	164,6	165,5
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tab. 11. Sześciiany liczb 1,00 ÷ 9,99

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	166,375	167,3	168,2	169,1	170,0	171,0	171,9	172,8	173,7	174,7
5,6	175,616	176,6	177,5	178,5	179,4	180,4	181,3	182,3	183,3	184,2
5,7	185,193	186,2	187,1	188,1	189,1	190,1	191,1	192,1	193,1	194,1
5,8	195,112	196,1	197,1	198,2	199,2	200,2	201,2	202,3	203,3	204,3
5,9	205,379	206,4	207,5	208,5	209,6	210,6	211,7	212,8	213,8	214,9
6,0	216	217,1	218,2	219,3	220,3	221,4	222,5	223,6	224,8	225,9
6,1	226,981	228,1	229,2	230,3	231,5	232,6	233,7	234,9	236,0	237,2
6,2	238,328	239,5	240,6	241,8	243,0	244,1	245,3	246,5	247,7	248,9
6,3	250,047	251,2	252,4	253,6	254,8	256,0	257,3	258,5	259,7	260,9
6,4	262,144	263,4	264,6	265,8	267,1	268,3	269,6	270,8	272,1	273,4
6,5	274,625	275,9	277,2	278,4	279,7	281,0	282,3	283,6	284,9	286,2
6,6	287,496	288,8	290,1	291,4	292,8	294,1	295,4	296,7	298,1	299,4
6,7	300,763	302,1	303,5	304,8	306,2	307,6	308,9	310,3	311,7	313,0
6,8	314,432	315,8	317,2	318,6	320,0	321,4	322,8	324,2	325,7	327,1
6,9	328,509	329,9	331,4	332,8	334,3	335,7	337,2	338,6	340,1	341,5
7,0	343	344,5	345,9	347,4	348,9	350,4	351,9	353,4	354,9	356,4
7,1	357,911	359,4	360,9	362,5	364,0	365,5	367,1	368,6	370,1	371,7
7,2	373,248	374,8	376,4	377,9	379,5	381,1	382,7	384,2	385,8	387,4
7,3	389,017	390,6	392,2	393,8	395,4	397,1	398,7	400,3	401,9	403,6
7,4	405,224	406,9	408,5	410,2	411,8	413,5	415,2	416,8	418,5	420,2
7,5	421,875	423,6	425,3	427,0	428,7	430,4	432,1	433,8	435,5	437,2
7,6	438,976	440,7	442,5	444,2	445,9	447,7	449,5	451,2	453,0	454,8
7,7	456,533	458,3	460,1	461,9	463,7	465,5	467,3	469,1	470,9	472,7
7,8	474,552	476,4	478,2	480,0	481,9	483,7	485,6	487,4	489,3	491,2
7,9	493,039	494,9	496,8	498,7	500,6	502,5	504,4	506,3	508,2	510,1
8,0	512	513,9	515,8	517,8	519,7	521,7	523,6	525,6	527,5	529,5
8,1	531,441	533,4	535,4	537,4	539,4	541,3	543,3	545,3	547,3	549,4
8,2	551,368	553,4	555,4	557,4	559,5	561,5	563,6	565,6	567,7	569,7
8,3	571,787	573,9	575,9	578,0	580,1	582,2	584,3	586,4	588,5	590,6
8,4	592,704	594,8	596,9	599,1	601,2	603,4	605,5	607,6	609,8	612,0
8,5	614,125	616,3	618,5	620,7	622,8	625,0	627,2	629,4	631,6	633,8
8,6	636,056	638,3	640,5	642,7	645,0	647,2	649,5	651,7	654,0	656,2
8,7	658,503	660,8	663,1	665,3	667,6	669,9	672,2	674,5	676,8	679,2
8,8	681,472	683,8	686,1	688,5	690,8	693,2	695,5	697,9	700,2	702,6
8,9	704,969	707,3	709,7	712,1	714,5	716,9	719,3	721,7	724,2	726,6
9,0	729	731,4	733,9	736,3	738,8	741,2	743,7	746,1	748,6	751,1
9,1	753,571	756,1	758,6	761,0	763,6	766,0	768,6	771,1	773,6	776,2
9,2	778,688	781,2	783,8	786,3	788,9	791,5	794,0	796,6	799,2	801,8
9,3	804,357	807,0	809,6	812,2	814,8	817,4	820,0	822,7	825,3	827,9
9,4	830,584	833,2	835,9	838,6	841,2	843,9	846,6	849,3	852,0	854,7
9,5	857,375	860,1	862,8	865,5	868,3	871,0	873,7	876,5	879,2	882,0
9,6	884,736	887,5	890,3	893,1	895,8	898,6	901,4	904,2	907,0	909,9
9,7	912,673	915,5	918,3	921,2	924,0	926,9	929,7	932,6	935,4	938,3
9,8	941,192	944,1	947,0	950,0	952,8	955,7	958,6	961,6	964,4	967,4
9,9	970,299	973,2	976,2	979,1	982,1	985,1	988,0	991,0	994,0	997,0
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Tab 12. Odwrotności, pierwiastki kwadratowe, długości okręgów i pola kół

n	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{1}{4} \pi n^2$	n	$\frac{1}{n}$	$\sqrt{n}$	πn	$\frac{1}{4} \pi n^2$
1	1	1	3,1416	0,7854	51	0,019608	7,1414	160,22	2042,8
2	0,5	1,4142	6,2832	3,1416	52	0,019231	7,2111	163,36	2123,7
3	0,333333	1,7321	9,4248	7,0686	53	0,018868	7,2801	166,50	2206,2
4	0,25	2	12,566	12,566	54	0,018519	7,3485	169,65	2290,2
5	0,2	2,2361	15,708	19,635	55	0,018182	7,4162	172,79	2375,8
6	0,166667	2,4495	18,850	28,274	56	0,017857	7,4833	175,93	2463,0
7	0,142857	2,6458	21,991	38,485	57	0,017554	7,5498	179,07	2551,8
8	0,125	2,8284	25,133	50,266	58	0,017241	7,6158	182,21	2642,1
9	0,111111	3	28,274	63,617	59	0,016949	7,6811	185,35	2734,0
10	0,1	3,1623	31,416	78,540	60	0,016667	7,7460	188,50	2827,4
11	0,090909	3,3166	34,558	95,033	61	0,016393	7,8102	191,64	2922,5
12	0,083333	3,4641	37,699	113,10	62	0,016129	7,8740	194,78	3019,1
13	0,076923	3,6056	40,841	132,73	63	0,015873	7,9373	197,92	3117,3
14	0,071429	3,7417	43,982	153,94	64	0,015625	8	201,06	3217,0
15	0,066667	3,8730	47,124	176,72	65	0,015385	8,0623	204,20	3318,3
16	0,0625	4	50,265	201,06	66	0,015152	8,1240	207,35	3421,2
17	0,058824	4,1231	53,407	226,98	67	0,014925	8,1854	210,49	3525,7
18	0,055556	4,2426	56,549	254,47	68	0,014706	8,2462	213,63	3631,7
19	0,052632	4,3589	59,690	283,53	69	0,014493	8,3066	216,77	3739,3
20	0,05	4,4721	62,832	314,16	70	0,014286	8,3666	219,91	3848,5
21	0,047619	4,5826	65,973	346,36	71	0,014085	8,4261	223,05	3959,2
22	0,045455	4,6904	69,115	380,13	72	0,013889	8,4853	226,19	4071,5
23	0,043478	4,7958	72,257	415,48	73	0,013699	8,5440	229,34	4185,4
24	0,041667	4,8990	75,398	452,39	74	0,013514	8,6023	232,48	4300,8
25	0,04	5	78,540	490,87	75	0,013333	8,6603	235,62	4417,9
26	0,038462	5,0990	81,681	530,93	76	0,013158	8,7178	238,76	4536,5
27	0,037037	5,1962	84,823	572,56	77	0,012987	8,7750	241,90	4656,6
28	0,035714	5,2915	87,965	615,75	78	0,012821	8,8318	245,04	4778,4
29	0,034483	5,3852	91,106	660,52	79	0,012658	8,8882	248,19	4901,7
30	0,033333	5,4772	94,248	706,86	80	0,0125	8,9443	251,33	5026,6
31	0,032258	5,5678	97,389	754,77	81	0,012346	9	254,47	5153,0
32	0,03125	5,6569	100,53	804,25	82	0,012195	9,0554	257,61	5281,0
33	0,030303	5,7446	103,67	855,30	83	0,012048	9,1104	260,75	5410,6
34	0,029412	5,8310	106,81	907,92	84	0,011905	9,1652	263,89	5541,8
35	0,028571	5,9161	109,96	962,11	85	0,011765	9,2195	267,04	5674,5
36	0,027778	6	113,10	1017,9	86	0,011628	9,2736	270,18	5808,8
37	0,027027	6,0828	116,24	1075,2	87	0,011494	9,3274	273,32	5944,7
38	0,026316	6,1644	119,38	1134,1	88	0,011364	9,3808	276,46	6082,1
39	0,025641	6,2450	122,52	1194,6	89	0,011236	9,4340	279,60	6221,1
40	0,025	6,3246	125,66	1256,6	90	0,011111	9,4868	282,74	6361,7
41	0,024390	6,4031	128,81	1320,3	91	0,010989	9,5394	285,88	6503,9
42	0,023810	6,4807	131,95	1385,4	92	0,010870	9,5917	289,03	6647,6
43	0,023256	6,5574	135,09	1452,2	93	0,010753	9,6437	292,17	6792,9
44	0,022727	6,6332	138,23	1520,5	94	0,010638	9,6954	295,31	6939,8
45	0,022222	6,7082	141,37	1590,4	95	0,010526	9,7468	298,45	7088,2
46	0,021739	6,7823	144,51	1661,9	96	0,010417	9,7980	301,59	7238,2
47	0,021277	6,8557	147,65	1734,9	97	0,010309	9,8489	304,73	7389,8
48	0,020833	6,9282	150,80	1809,6	98	0,010204	9,8995	307,88	7543,0
49	0,020408	7	153,94	1885,7	99	0,010101	9,9499	311,02	7697,7
50	0,02	7,0711	157,08	1963,5	100	0,01	10	314,16	7854,0

Tab. 13. Czynniki pierwsze liczb niepodzielnych przez 2, 3 i 5

*	211	421	631	841 = 29 ²	1051
7	217 = 7·31	427 = 7·61	637 = 7 ² ·13	847 = 7·11 ²	1057 = 7·151
11	221 = 13·17	431	641	851 = 23·37	1061
13	223	433	643	853	1063
17	227	437 = 19·23	647	857	1067 = 11·97
19	229	439	649 = 11·59	859	1069
23	233	443	653	863	1073 = 29·37
29	239	449	659	869 = 11·79	1079 = 13·83
31	241	451 = 11·41	661	871 = 13·67	1081 = 23·47
37	247 = 13·19	457	667 = 23·29	877	1087
41	251	461	671 = 11·61	881	1091
43	253 = 11·23	463	673	883	1093
47	257	467	677	887	1097
49 = 7 ²	259 = 7·37	469 = 7·67	679 = 7·97	889 = 7·127	1099 = 7·157
53	263	473 = 11·43	683	893 = 19·47	1103
59	269	479	689 = 13·53	899 = 29·31	1109
61	271	481 = 13·37	691	901 = 17·53	1111 = 11·101
67	277	487	697 = 17·41	907	1117
71	281	491	701	911	1121 = 19·59
73	283	493 = 17·29	703 = 19·37	913 = 11·83	1123
77 = 7·11	287 = 7·41	497 = 7·71	707 = 7·101	917 = 7·131	1127 = 7 ² ·23
79	289 = 17 ²	499	709	919	1129
83	293	503	713 = 23·31	923 = 13·71	1133 = 11·103
89	299 = 13·23	509	719	929	1139 = 17·67
91 = 7·13	301 = 7·43	511 = 7·73	721 = 7·103	931 = 7 ² ·19	1141 = 7·163
97	307	517 = 11·47	727	937	1147 = 31·37
101	311	521	731 = 17·43	941	1151
103	313	523	733	943 = 23·41	1153
107	317	527 = 17·31	737 = 11·67	947	1157 = 13·89
109	319 = 11·29	529 = 23 ²	739	949 = 13·73	1159 = 19·61
113	323 = 17·19	533 = 13·41	743	953	1163
119 = 7·17	329 = 7·47	539 = 7 ² ·11	749 = 7·107	959 = 7·137	1169 = 7·167
121 = 11 ²	331	541	751	961 = 31 ²	1171
127	337	547	757	967	1177 = 11·107
131	341 = 11·31	551 = 19·29	761	971	1181
133 = 7·19	343 = 7 ³	553 = 7·79	763 = 7·109	973 = 7·139	1183 = 7·13 ²
137	347	557	767 = 13·59	977	1187
139	349	559 = 13·43	769	979 = 11·89	1189 = 29·41
143 = 11·13	353	563	773	983	1193
149	359	569	779 = 19·41	989 = 23·43	1199 = 11·109
151	361 = 19 ²	571	781 = 11·71	991	1201
157	367	577	787	997	1207 = 17·71
161 = 7·23	371 = 7·53	581 = 7·83	791 = 7·113	1001 = 7·11·13	1211 = 7·173
163	373	583 = 11·53	793 = 13·61	1003 = 17·59	1213
167	377 = 13·29	587	797	1007 = 19·53	1217
169 = 13 ²	379	589 = 19·31	799 = 17·47	1009	1219 = 23·53
173	383	593	803 = 11·73	1013	1223
179	389	599	809	1019	1229
181	391 = 17·2	601	811	1021	1231
187 = 11·17	397	607	817 = 19·43	1027 = 13·79	1237
191	401	611 = 13·47	821	1031	1241 = 17·73
193	403 = 13·31	613	823	1033	1243 = 11·113
197	407 = 11·37	617	827	1037 = 17·61	1247 = 29·43
199	409	619	829	1039	1249
203 = 7·29	413 = 7·59	623 = 7·89	833 = 7 ² ·17	1043 = 7·149	1253 = 7·179
209 = 11·19	419	629 = 17·37	839	1049	1259

Liczby podane w tabeli bez rozkładu na czynniki — są to liczby pierwsze.

Tab. 14. Procenty składane

 r^n = wartość jednostki kapitału po n latach $1/r^n$ = wartość jednostki kapitału przed n laty

n	$1\frac{1}{2}\%$		2%		$2\frac{1}{2}\%$		3%	
	r^n	$1/r^n$	r^n	$1/r^n$	r^n	$1/r^n$	r^n	$1/r^n$
1	1,01 5	0,98 522	1,02	0,98 039	1,025	0,97 561	1,03	0,97 087
2	03 023	97 066	04 04	96 117	05 063	95 181	06 09	94 260
3	04 568	95 632	06 121	94 232	07 689	92 860	09 273	91 514
4	06 136	94 218	08 243	92 385	10 381	90 595	12 551	88 849
5	07 728	92 826	10 408	90 573	13 141	88 385	15 927	86 261
6	1,09 344	0,91 454	1,12 616	0,88 797	1,15 969	0,86 230	1,19 405	0,83 748
7	10 984	90 103	14 869	87 056	18 869	84 127	22 987	81 309
8	12 649	88 771	17 166	85 349	21 840	82 075	26 677	78 941
9	14 339	87 459	19 509	83 676	24 886	80 073	30 477	76 642
10	16 054	86 167	21 899	82 035	28 008	78 120	34 392	74 409
11	1,17 795	0,84 893	1,24 337	0,80 426	1,31 209	0,76 214	1,38 423	0,72 242
12	19 562	83 639	26 824	78 849	34 489	74 356	42 576	70 138
13	21 355	82 403	29 361	77 303	37 851	72 542	46 853	68 095
14	23 176	81 185	31 948	75 788	41 297	70 773	51 259	66 112
15	25 023	79 985	34 587	74 301	44 830	69 047	55 797	64 186
16	1,26 899	0,78 803	1,37 279	0,72 845	1,48 451	0,67 362	1,60 471	0,62 317
17	28 802	77 639	40 024	71 416	52 162	65 720	65 285	60 502
18	30 734	76 491	42 825	70 016	55 966	64 117	70 243	58 739
19	32 695	75 361	45 681	68 643	59 865	62 553	75 351	57 029
20	34 686	74 247	48 595	67 297	63 862	61 027	80 611	55 368
21	1,36 706	0,73 150	1,51 567	0,65 978	1,67 958	0,59 539	1,86 029	0,53 755
22	38 756	72 069	54 598	64 684	72 157	58 086	91 610	52 189
23	40 838	71 004	57 690	63 416	76 461	56 670	97 359	50 669
24	42 950	69 954	60 844	62 172	80 873	55 288	2,03 279	49 193
25	45 095	68 921	64 061	60 953	85 394	53 939	09 378	47 761
26	1,47 271	0,67 902	1,67 342	0,59 758	1,90 029	0,52 623	2,15 659	0,46 369
27	49 480	66 899	70 689	58 586	94 780	51 340	22 129	45 019
28	51 722	65 910	74 102	57 437	99 650	50 088	28 793	43 708
29	53 998	64 936	77 584	56 311	2,04 641	48 866	35 657	42 435
30	56 308	63 976	81 136	55 207	09 757	47 674	42 726	41 199
31	1,58 653	0,63 031	1,84 759	0,54 125	2,15 001	0,46 511	2,50 008	0,39 999
32	61 032	62 099	88 454	53 063	20 376	45 377	57 508	38 834
33	63 448	61 182	92 223	52 023	25 885	44 270	65 234	37 703
34	65 900	60 277	96 068	51 003	31 532	43 191	73 191	36 604
35	68 388	59 387	99 989	50 003	37 321	42 137	81 386	35 538
36	1,70 914	0,58 509	2,03 989	0,49 022	2,43 254	0,41 109	2,89 828	0,34 503
37	73 478	57 644	08 069	48 061	49 335	40 107	98 523	33 498
38	76 080	56 792	12 230	47 119	55 568	39 128	3,07 478	32 523
39	78 721	55 953	16 474	46 195	61 957	38 174	16 703	31 575
40	81 402	55 126	20 804	45 289	68 506	37 243	26 204	30 656
41	1,84 123	0,54 312	2,25 220	0,44 401	2,75 219	0,36 335	3,35 990	0,29 763
42	86 885	53 509	29 724	43 530	82 100	35 448	46 070	28 896
43	89 688	52 718	34 319	42 677	89 152	34 584	56 452	28 054
44	92 533	51 939	39 005	41 840	96 381	33 740	67 145	27 237
45	95 421	51 171	43 785	41 020	3,03 790	32 917	78 160	26 444
46	1,98 353	0,50 415	2,48 661	0,40 215	3,11 385	0,32 115	3,89 504	0,25 674
47	2,01 328	49 670	53 634	39 427	19 170	31 331	4,01 190	24 926
48	04 348	48 936	58 707	38 654	27 149	30 567	13 225	24 200
49	07 413	48 213	63 881	37 896	35 328	29 822	25 622	23 495
50	10 524	47 500	69 159	37 153	43 711	29 094	38 391	22 811

Tab. 14. Procenty składane

rn = wartość jednostki kapitału po n latach
 $1/rn$ = wartość jednostki kapitału przed n laty

n	$3\frac{1}{2}\%$		4%		$4\frac{1}{2}\%$		5%	
	rn	$1/rn$	rn	$1/rn$	rn	$1/rn$	rn	$1/rn$
1	1,03 5	0,96 618	1,04	0,96 154	1,04 5	0,95 694	1,05	0,95 238
2	07 123	93 351	08 16	92 456	09 203	91 573	10 25	90 703
3	10 872	90 194	12 486	88 900	14 117	87 630	15 763	86 384
4	14 752	87 144	16 986	85 480	19 252	83 856	21 551	82 270
5	18 769	84 197	21 665	82 193	24 618	80 245	27 628	78 353
6	1,22 926	0,81 350	1,26 532	0,79 031	1,30 226	0,76 790	1,34 010	0,74 622
7	27 228	78 599	31 593	75 992	36 086	73 483	40 710	71 068
8	31 681	75 941	36 857	73 069	42 210	70 319	47 746	67 684
9	36 290	73 373	42 331	70 259	48 610	67 290	55 133	64 461
10	41 060	70 892	48 024	67 556	55 297	64 393	62 889	61 391
11	1,45 997	0,68 495	1,53 945	0,64 958	1,62 285	0,61 620	1,71 034	0,58 468
12	51 107	66 178	60 103	62 460	69 588	58 966	79 586	55 684
13	56 396	63 940	66 507	60 057	77 220	56 427	88 565	53 032
14	61 869	61 778	73 168	57 748	85 194	53 997	97 993	50 507
15	67 535	59 689	80 094	55 526	93 528	51 672	2,07 893	48 102
16	1,73 399	0,57 671	1,87 298	0,53 391	2,02 237	0,49 447	2,18 287	0,45 811
17	79 468	55 720	94 790	51 337	11 338	47 318	29 202	43 630
18	85 749	53 836	2,02 582	49 363	20 848	45 280	40 662	41 552
19	92 250	52 016	10 685	47 464	30 786	43 330	52 695	39 573
20	98 979	50 257	19 112	45 639	41 171	41 464	65 330	37 689
21	2,05 943	0,48 557	2,27 877	0,43 883	2,52 024	0,39 679	2,78 596	0,35 894
22	13 151	46 915	36 992	42 196	63 365	37 970	92 526	34 185
23	20 611	45 329	46 472	40 573	75 217	36 335	3,07 152	32 557
24	28 333	43 796	56 330	39 012	87 601	34 770	22 510	31 007
25	36 324	42 315	66 584	37 512	3,00 543	33 273	38 635	29 530
26	2,44 596	0,40 884	2,77 247	0,36 069	3,14 068	0,31 840	3,55 567	0,28 124
27	53 157	39 501	88 337	34 682	28 201	30 469	73 346	26 785
28	62 017	38 165	99 870	33 348	42 970	29 157	92 013	25 509
29	71 188	36 875	3,11 865	32 065	58 404	27 902	4,11 614	24 295
30	80 679	35 628	24 340	30 832	74 532	26 700	32 194	23 138
31	2,90 503	0,34 423	3,37 313	0,29 646	3,91 386	0,25 550	4,53 804	0,22 036
32	3,00 671	33 259	50 806	28 506	4,08 998	24 450	76 494	20 987
33	11 194	32 134	64 838	27 409	27 403	23 397	5,00 319	19 987
34	22 086	31 048	79 432	26 355	46 636	22 390	25 335	19 035
35	33 359	29 998	94 609	25 342	66 735	21 425	51 602	18 129
36	3,45 027	0,28 983	4,10 393	0,24 367	4,87 738	0,20 503	5,79 182	0,17 266
37	57 103	28 003	26 809	23 430	5,09 686	19 620	6,08 141	16 444
38	69 601	27 056	43 881	22 529	32 622	18 775	38 548	15 661
39	82 537	26 141	61 637	21 662	56 590	17 967	70 475	14 915
40	95 926	25 257	80 102	20 829	81 636	17 193	7,03 999	14 205
41	4,09 783	0,24 403	4,99 306	0,20 028	6,07 810	0,16 453	7,39 199	0,13 528
42	24 126	23 578	5,19 278	19 257	35 162	15 744	76 159	12 884
43	38 970	22 781	40 050	18 517	63 744	15 066	8,14 967	12 270
44	54 334	22 010	61 652	17 805	93 612	14 417	55 715	11 686
45	70 236	21 266	84 118	17 120	7,24 825	13 796	98 501	11 130
46	4,86 694	0,20 547	6,07 482	0,16 461	7,57 442	0,13 202	9,43 426	0,10 600
47	5,03 728	19 852	31 782	15 828	91 527	12 634	90 597	10 095
48	21 359	19 181	57 053	15 219	8,27 146	12 090	10,40 127	09 614
49	39 606	18 532	83 335	14 634	64 367	11 569	92 133	09 156
50	58 493	17 905	7,10 668	14 071	9,03 264	11 071	11,46 740	08 720

Tab. 15. Kapitalizacja równych rat wpłacanych z góry

n	3%		4%		5%		6%	
	S	R	S	R	S	R	S	R
1	1,03	1	1,04	1	1,05	1	1,06	1
2	2,09 09	1,97 087	2,12 16	1,96 154	2,15 25	1,95 238	2,18 36	1,94 340
3	3,18 363	2,91 347	3,24 646	2,88 609	3,31 013	2,85 941	3,37 462	2,83 339
4	4,30 914	3,82 861	4,41 632	3,77 509	4,52 563	3,72 325	4,63 709	3,67 301
5	5,46 841	4,71 710	5,63 298	4,62 990	5,80 191	4,54 595	5,97 532	4,46 511
6	6,66 246	5,57 971	6,89 829	5,45 182	7,14 201	5,32 948	7,39 384	5,21 236
7	7,89 234	6,41 719	8,21 423	6,24 214	8,54 911	6,07 569	8,89 747	5,91 732
8	9,15 911	7,23 028	9,58 280	7,00 205	10,02 656	6,78 637	10,49 132	6,58 238
9	10,46 388	8,01 969	11,00 611	7,73 274	11,57 789	7,46 321	12,18 079	7,20 979
10	11,80 780	8,78 611	12,48 635	8,43 533	13,20 679	8,10 782	13,97 164	7,80 169
11	13,19 203	9,53 020	14,02 581	9,11 090	14,91 713	8,72 173	15,86 994	8,36 009
12	14,61 779	10,25 262	15,62 684	9,76 048	16,71 298	9,30 641	17,88 214	8,88 687
13	16,08 632	10,95 400	17,29 191	10,38 507	18,59 863	9,86 325	20,01 507	9,38 384
14	17,59 891	11,63 496	19,02 359	10,98 565	20,57 856	10,39 357	22,27 597	9,85 268
15	19,15 688	12,29 607	20,82 453	11,56 312	22,65 749	10,89 864	24,67 253	10,29 498
16	20,76 159	12,93 794	22,69 751	12,11 839	24,84 037	11,37-966	27,21 288	10,71 225
17	22,41 444	13,56 110	24,64 541	12,65 230	27,13 238	11,83 777	29,90 565	11,10 590
18	24,11 687	14,16 619	26,67 123	13,16 567	29,53 900	12,27 407	32,75 999	11,47 726
19	25,87 037	14,75 351	28,77 808	13,65 930	32,06 595	12,68 959	35,78 559	11,82 760
20	27,67 649	15,32 380	30,96 920	14,13 394	34,71 925	13,08 532	38,99 273	12,15 812
21	29,53 678	15,87 748	33,24 797	14,59 033	37,50 521	13,46 221	42,39 229	12,46 992
22	31,45 288	16,41 502	35,61 789	15,02 916	40,43 048	13,82 115	45,99 583	12,76 408
23	33,42 647	16,93 692	38,08 260	15,45 112	43,50 200	14,16 300	49,81 558	13,04 158
24	35,45 926	17,44 361	40,64 591	15,85 684	46,72 710	14,48 857	53,86 451	13,30 338
25	37,55 304	17,93 554	43,31 174	16,24 696	50,11 345	14,79 864	58,15 638	13,55 036
26	39,70 963	18,41 315	46,08 421	16,62 208	53,66 913	15,09 394	62,70 577	13,78 336
27	41,93 092	18,87 684	48,96 758	16,98 277	57,40 258	15,37 519	67,52 811	14,00 317
28	44,21 885	19,32 703	51,96 629	17,32 959	61,32 271	15,64 303	72,63 980	14,21 053
29	46,57 542	19,76 411	55,08 494	17,66 306	65,43 885	15,89 813	78,05 819	14,40 616
30	49,00 268	20,18 846	58,32 834	17,98 371	69,76 079	16,14 107	83,80 168	14,59 072
31	51,50 276	20,60 044	61,70 147	18,29 203	74,29 883	16,37 245	89,88 978	14,76 483
32	54,07 784	21,00 043	65,20 953	18,58 849	79,06 377	16,59 281	96,34 316	14,92 909
33	56,73 018	21,38 877	68,85 791	18,87 355	84,06 696	16,80 268	103,18 375	15,08 404
34	59,46 208	21,76 579	72,65 222	19,14 765	89,32 031	17,00 255	110,43 478	15,23 023
35	62,27 594	22,13 184	76,59 831	19,41 120	94,83 632	17,19 290	118,12 087	15,36 814
36	65,17 422	22,48 722	80,70 225	19,66 461	100,62 814	17,37 419	126,26 812	15,49 825
37	68,15 945	22,83 225	84,97 034	19,90 828	106,70 955	17,54 685	134,90 421	15,62 099
38	71,23 423	23,16 724	89,40 915	20,14 258	113,09 502	17,71 129	144,05 846	15,73 678
39	74,40 126	23,49 246	94,02 552	20,36 786	119,79 977	17,86 789	153,76 197	15,84 602
40	77,66 330	23,80 822	98,82 654	20,58 448	126,83 976	18,01 704	164,04 768	15,94 907

S = suma, na którą zamienia się jednostka kapitału wpłacana corocznie z góry przez n lat, przy procencie składanym.

R = wartość terażniejsza jednostek kapitału wpłacanych corocznie z góry przez n lat, przy procencie składanym.

Tab. 16. Amortyzacja równymi ratami płatnymi z dołu przez n lat

n	$2\frac{1}{2}\%$	3%	$3\frac{1}{2}\%$	4%	$4\frac{1}{2}\%$	5%	n
1	1,02 5	1,03	1,03 5	1,04	1,04 5	1,05	1
2	0,51 883	0,52 261	0,52 640	0,53 020	0,53 400	0,53 780	2
3	35 014	35 353	35 693	36 035	36 377	36 721	3
4	26 582	26 903	27 225	27 549	27 874	28 201	4
5	21 525	21 835	22 148	22 463	22 779	23 097	5
6	0,18 155	0,18 460	0,18 767	0,19 076	0,19 388	0,19 702	6
7	15 750	16 051	16 354	16 661	16 970	17 282	7
8	13 947	14 246	14 548	14 853	15 161	15 472	8
9	12 546	12 843	13 145	13 449	13 757	14 069	9
10	11 426	11 723	12 024	12 329	12 638	12 950	10
11	0,10 511	0,10 808	0,11 109	0,11 415	0,11 725	0,12 039	11
12	09 749	10 046	10 348	10 655	10 967	11 283	12
13	09 105	09 403	09 706	10 014	10 328	10 646	13
14	08 554	08 853	09 157	09 467	09 782	10 102	14
15	08 077	08 377	08 683	08 994	09 311	09 634	15
16	0,07 660	0,07 961	0,08 268	0,08 582	0,08 902	0,09 227	16
17	07 293	07 595	07 904	08 220	08 542	08 870	17
18	06 967	07 271	07 582	07 899	08 224	08 555	18
19	06 676	06 981	07 294	07 614	07 941	08 275	19
20	06 415	06 722	07 036	07 358	07 688	08 024	20
21	0,06 179	0,06 487	0,06 804	0,07 128	0,07 460	0,07 800	21
22	05 965	06 275	06 593	06 920	07 255	07 597	22
23	05 770	06 081	06 402	06 731	07 068	07 414	23
24	05 591	05 905	06 227	06 559	06 899	07 247	24
25	05 428	05 743	06 067	06 401	06 744	07 095	25
26	0,05 277	0,05 594	0,05 921	0,06 257	0,06 602	0,06 956	26
27	05 138	05 456	05 785	06 124	06 472	06 829	27
28	05 009	05 329	05 660	06 001	06 352	06 712	28
29	04 889	05 211	05 545	05 888	06 241	06 605	29
30	04 778	05 102	05 437	05 783	06 139	06 505	30
31	0,04 674	0,05 000	0,05 337	0,05 686	0,06 044	0,06 413	31
32	04 577	04 905	05 244	05 595	05 956	06 328	32
33	04 486	04 816	05 157	05 510	05 874	06 249	33
34	04 401	04 732	05 076	05 431	05 798	06 176	34
35	04 321	04 654	05 000	05 358	05 727	06 107	35
36	0,04 245	0,04 580	0,04 928	0,05 289	0,05 661	0,06 043	36
37	04 174	04 511	04 861	05 224	05 598	05 984	37
38	04 107	04 446	04 798	05 163	05 540	05 928	38
39	04 044	04 384	04 739	05 106	05 486	05 876	39
40	03 984	04 326	04 683	05 052	05 434	05 828	40

Tab. 17. Logarytmy siedmiocyfrowe czynników procentowych

$\log 1,015 = 0,0064660$	$\log 1,03 = 0,0128372$	$\log 1,045 = 0,0191163$
$\log 1,02 = 0,0086002$	$\log 1,035 = 0,0149403$	$\log 1,05 = 0,0211893$
$\log 1,025 = 0,0107239$	$\log 1,04 = 0,0170333$	$\log 1,055 = 0,0232525$

Tab. 18. Metrologia

Jednostki długości

Metryczne:

kilometr	1 km = 10 ³ m = 10 ⁵ cm
metr	1 m = 10 ² cm
decymetr	1 dcm = 10 ⁻¹ m = 10 cm
centymetr	1 cm = 10 ⁻² m
milimetr	1 mm = 10 ⁻³ m = 10 ⁻¹ cm
mikron	1 μ = 10 ⁻⁶ m = 10 ⁻⁴ cm
milimikron	1 mμ = 10 ⁻⁹ m = 10 ⁻⁷ cm
ångström	1 Å = 10 ⁻¹⁰ m = 10 ⁻⁸ cm
jednostka X	1 X = 10 ⁻¹³ m = 10 ⁻¹¹ cm

Angielskie:

cal ang. (<i>inch</i>)	1" = 1 in. = 2,54000 cm
stopa ang. (<i>foot</i>)	1' = 1 ft = 30,4800 cm
yard = 3 stopy	1 yd = 91,4400 cm
(w przybliżeniu 12 yds = 11 m)	
mila ang.	= 5280 stóp = 1,6093 km

Nowopolskie (1818 r.):

linia		2 mm
cal polski = 12 linii		24 mm
stopa polska = 12 cali		288 mm
łokieć = 24 cale		576 mm
sążen = 6 stóp		1728 mm

Międzynarodowe niemetryczne:

mila geograficzna	
= 1/5400 długości równika	= 7,420 km
mila morska	
= 1/5400 ćwiartki południka	= 1,852 km
rok świetlny	= 9,463 · 10 ¹² km
parsek	= 3,26 roku świetlnego = 30,87 · 10 ¹² km

Morska miara prędkości:

węzeł	= 1 mila morska na godzinę =
	= 1,852 km/godz = 30,87 m/min

Jednostki pola

Metryczne:

centymetr kwadratowy		1 cm ² = 10 ⁻⁴ m ²
metr kwadratowy		1 m ²
ar		1 a = 10 ² m ²
hektar		1 ha = 100 a = 10 ⁴ m ²
kilometr kw.		1 km ² = 100 ha = 10 ⁶ m ²

Inne:

mórg nowopolski (1/30 włóki)		= 0,5599 ha
mórg wiedeński		= 0,5755 ha
mórg magdeburski		= 0,2553 ha
dziesięcina rosyjska		= 1,0925 ha
akr angielski (<i>acre</i>)		= 0,4047 ha

Jednostki objętości i pojemności

Metryczne:

metr sześcienny	1 m ³ = 10 ³ dcm ³ = 10 ⁶ cm ³
decymetr sześcienny	1 dcm ³ = 10 ³ cm ³
centymetr sześcienny	1 cm ³
milimetr sześcienny	1 mm ³ = 10 ⁻³ cm ³
litr (L lub l)	1 l = 1000,028 cm ³
hektolitr	1 hl = 100 l
mililitr	1 ml = 10 ⁻³ l
(w przybliżeniu: 1 l = 1 dcm ³ , 1 ml = 1 cm ³)	

Angielskie:

gallon	= 4 kwarty = 8 pint = 4,546 l
bushel	= 8 gallonów = 36,369 l
amerykański gallon dla płynów	= 3,785 l

Nowopolskie (1818 r.):

kwarta	= 1 litr = 4 kwaterki
garniec	= 4 kwarty = 4 l
korzec	= 32 garnce = 128 l

Morska:

tona rejestrowa brutto	
1 BRT	= 100 ang. stóp sześć. = 2,83 m ³

Jednostki masy i ciężaru

Metryczne:

tona	1 t = 1000 kg = 10 ⁶ g
kwintal (cetnar metryczny)	1 q = 100 kg
kilogram	1 kg = 10 ³ g
dekagram	1 dkg = 10 g
gram	1 g
miligram	1 mg = 10 ⁻³ g
(Gram-siłę oznacza się: 1 G)	

Angielskie jednostki ciężarowe handlowe (*avoirdupois weight*):

tona angielska (<i>ton</i>)	
1 ton	= 20 cwt = 1016 kg
cetnar (<i>hundredweight</i>)	
1 cwt	= 112 lbs = 50,80 kg
funt (<i>pound weight</i>)	
1 lb. (av.)	= 16 oz. = 453,6 g
uncja (<i>ounce</i>)	
1 oz. (av.)	= 28,35 g

Nowopolskie (1818 r.):

funt polski	= 0,405504 kg
kamień	= 25 funtów = 10,138 kg

Złotnicza:

karat (metryczny)	= 0,2 g
(dawny karat)	= 0,205 g

Tab. 19. **Wymiary Ziemi** (według Hayforda)

Promień równika	$a = 6378,388 \text{ km}$	dlugość równika	40 076,59 km
połoś biegunowa	$b = 6356,912 \text{ km}$	ćwiartka południka	10 002,29 km

$$\text{Spłaszczenie Ziemi } \frac{a-b}{a} = \frac{1}{297,0}$$

Objętość Ziemi = $1,083 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$. Kula tej objętości ma promień $r = 6371 \text{ km}$.

Tab. 20. **Przyspieszenie grawitacyjne**

φ — szerokość geograficzna (w stopniach), z — wysokość nad poziomem morza (w metrach), przyspieszenie grawitacyjne g_φ wyrażone w cm/sek^2 według Heiskanena

$$g_\varphi = 978,049 \cdot (1 + 0,005293 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi) - 0,0003086 z$$

normalne	980,665	Kraków	981,05	Warszawa	981,23
Gdańsk	981,45	Poznań	981,26	Wrocław	981,13

Tab. 21. **Jednostki dynamiczne**

W dalszych zestawieniach przyjęto przyspieszenie siły ciężkości: $981 \text{ cm}/\text{sek}^2$

Siła

dyna = gram $\times$ przyspieszenie $1 \text{ cm}/\text{sek}^2$

$$1 \text{ dyna} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{sek}^2$$

ciężar grama $1 \text{ G} = 981 \text{ dyn}$

ciężar kilograma $1 \text{ kG} = 1000 \text{ G}$

megadyna = $10^6 \text{ dyn} = 1,019 \text{ kG}$

Praca, energia

erg = dyna $\times$ centymetr

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{sek}^2$$

joule (dżaul)

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$$

kilowatogodzina

$$1 \text{ kWh} = 36 \cdot 10^5 \text{ J} = 36 \cdot 10^{12} \text{ erg} = 860 \text{ kcal}$$

kilogramometr

$$1 \text{ kGm} = 9,81 \text{ J} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg}$$

praca konia mechanicznego w ciągu godziny

$$270\,000 \text{ kGm} = 26,5 \cdot 10^{12} \text{ erg}$$

kaloria *) (kaloria mała, gramowa)

$$1 \text{ cal} = 4,187 \cdot 10^7 \text{ erg}$$

kilokaloria (kaloria wielka, kilogramowa)

$$1 \text{ kcal} = 10^3 \text{ cal} = 4,187 \cdot 10^{10} \text{ erg}$$

*) Kaloria gramowa jest to ilość ciepła potrzebna do ogrzania 1 g wody od $14,5^\circ \text{C}$ do $15,5^\circ \text{C}$ pod ciśnieniem 1 atm .

Ciśnienie

dyna na centymetr kwadratowy

$$1 \text{ dyna}/\text{cm}^2 = 1 \text{ g}/\text{cm} \cdot \text{sek}^2$$

ciężar grama na centymetr kwadratowy

$$1 \text{ G}/\text{cm}^2 = 981 \text{ dyn}/\text{cm}^2$$

bar = $10^6 \text{ dyn}/\text{cm}^2$, milibar = $10^3 \text{ dyn}/\text{cm}^2$

mikrobar = $1 \text{ dyna}/\text{cm}^2$

atmosfera (ciśnienie 760 mm słupa rtęci w temperaturze 0°C przy normalnym przyspieszeniu siły ciężkości $g = 980,665 \text{ cm}/\text{sek}^2$)

$$1 \text{ atm} = 1,0332 \text{ kG}/\text{cm}^2 = 1013,25 \text{ milibar}$$

atmosfera techniczna = $1 \text{ kG}/\text{cm}^2$

Dzielność, moc

erg na sekundę

$$1 \text{ erg}/\text{sek} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{sek}^3$$

wat = $1 \text{ J}/\text{sek} = 10^7 \text{ erg}/\text{sek}$

koń mechaniczny (horse-power)

$$1 \text{ KM} = 1 \text{ HP} = 75 \text{ kGm}/\text{sek} = 736 \text{ W}$$

kilowat = $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 1,36 \text{ KM}$

Równoważniki energii

$$1 \text{ J} = 0,1019 \text{ kGm} = 0,2388 \text{ cal}$$

$$1 \text{ kGm} = 9,81 \text{ J} = 2,343 \text{ cal}$$

$$1 \text{ cal} = 4,187 \text{ J} = 0,4268 \text{ kGm}$$

Stała grawitacji powszechnej $G = 6,670 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g} \cdot \text{sek}^2$

Tab. 22. **Jednostki czasu**

Doba średnia:	rok zwrotnikowy:	miesiąc synodyczny:
$1^d = 24^h = 1440^m = 86\,400^s$	$365,242199^d$	$29,530588^d$
	$365^d 5^h 48^m 46,0^s$	$29^d 12^h 44^m 02,8^s$
dość gwiazdowa:	rok gwiazdowy:	miesiąc gwiazdowy:
$23^h 56^m 04,091^s = 86\,164,091^s$	$365,256360^d$	$27,321661^d$
	$365^d 6^h 09^m 09,5^s$	$27^d 7^h 43^m 11,5^s$

Dane odniesione do roku 1900,0. Rok zwrotnikowy ubywa o $0,530^s$ na stulecie.

Tab. 23. Jednostki elektryczne

Dla zdolności elektrycznej próżni przyjmujemy w układzie elektrostatycznym $k = 1$.
 Dla zdolności magnetycznej próżni przyjmujemy w układzie elektromagnetycznym $\mu = 1$.
 $c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}} = \text{prędkość światła (i innych fal elektromagnetycznych) w próżni;}$
 $j_{\text{ES}} = \text{jednostka elektrostatyczna, } j_{\text{EM}} = \text{jednostka elektromagnetyczna.}$

Wielkość	Układ elektrostatyczny Określenie jednostki	Wymiar	Układ elektromagnetyczny Określenie jednostki	Wymiar	j_{ES} j_{EM}	Układ praktyczny Określenie jednostki
Ilość elektryczności e	Nabój elektryczności wywierający mu nabój siłę 1 dyny z odległości 1 cm.	$\frac{1}{g^2} \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}}$	Nabój elektryczny przechodzący w 1 sek przez przekrój przewodnika, w którym płynie prąd o natężeniu równym jednostce elektromagnetycznej natężenia.	$\frac{1}{g^2} \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}}$	$\frac{1}{c}$	coulomb (kulomb): $1 \text{ C} = 3 \cdot 10^9 j_{\text{ES}}(e) =$ $= \frac{1}{10} j_{\text{EM}}(e)$
Ilość magnetyzmu m			Ilość magnetyzmu bieguna, który na równie silny biegun wywiera siłę 1 dyny z odległości 1 cm.	$\frac{1}{g^2} \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}}$		
Różnica potencjałów. Napięcie. Siła elektromotoryczna E	Różnica potencjałów dwóch przewodników, jeżeli nabój jednostkowy przechodząc z jednego potencjału na drugi wywiązuje 1 erg pracy.	$\frac{1}{g^2} \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}}$	Określenie to samo, tylko w zastosowaniu do elektromagnetycznej jednostki naboju elektrycznego.	$\frac{1}{g^2} \frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$	c	volt (volt): $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = \frac{1}{300} j_{\text{ES}}(E) =$ $= 10^8 j_{\text{EM}}(E)$
Pojemność C	Pojemność przewodnika, który przy naelektryzowaniu do 1 jednostki napięcia ma nabój jednostkowy.	cm	Określenie to samo tylko w zastosowaniu do elektromagnetycznych jednostek napięcia i naboju elektryczności.	$\frac{\text{sek}^2}{\text{cm}}$	$\frac{1}{c^2}$	farad: pojemność przewodnika, który pod napięciem 1 V gromadzi nabój 1 C. $1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} =$ $= 9 \cdot 10^{11} j_{\text{ES}}(C) =$ $= \frac{1}{10^9} j_{\text{EM}}(C)$ mikrofarad: $1 \mu \text{ F} = \frac{1}{10^6} \text{ F}$

Natężenie prądu i	Prąd przewodzący nabój jednostkowy w ciągu 1 sek.	$\frac{g^2 \text{ cm}^2}{\text{sek}^2}$	Prąd, który przebiegając o promieniu 1 cm wywiera siłę 2π dyn na biegunkowy umieszczony w środku koła.	$\frac{1}{g^2 \text{ cm}^2} \frac{1}{\text{sek}}$	$\frac{1}{c}$	amper: 1 A = prąd przewodzący 1 C w ciągu 1 sek. 1 A = $1 \frac{C}{\text{sek}}$ = $3 \cdot 10^9 \text{ jES } (i)$ = $\frac{1}{10} \text{ jEM } (i)$ milliamper: 1 mA = $\frac{1}{10^3} \text{ A}$ om: 1 Ω = $1 \frac{V}{A}$ = $\frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ jES } (R)$ = $\frac{1}{10^9} \text{ jEM } (R)$ megom: 1 MΩ = $10^6 \Omega$ henr: 1 H = współczynnik samoindukcji obwodu, w którym prąd zmieniający się z prędkością $1 \frac{A}{\text{sek}}$ wywołuje przeciwdziałającą siłę elektromotoryczną równą 1 V. 1 H = $\frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ jES } (L)$ = $\frac{1}{10^9} \text{ jEM } (L)$
Opór R	Opór przewodnika, w którym jednostka różnicy potencjałów daje jednostkę natężenia prądu.	$\frac{\text{sek}^2}{\text{cm}}$	Określenie to samo, tylko w zastosowaniu do elektromagnetycznych jednostek różnicy potencjałów i natężenia prądu.	$\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$	c^2	
Indukcja własna (samoindukcja) i indukja wzajemna L		$\frac{\text{sek}^2}{\text{cm}}$		cm	c^2	
Zdolność elektryczna k		1		$\frac{\text{sek}^2}{\text{cm}^2}$	$\frac{1}{c^2}$	
Zdolność magnetyczna μ		$\frac{\text{sek}^2}{\text{cm}^2}$		1	c^2	

Tab. 24. Prędkości

	$\frac{\text{km}}{\text{godz}}$	$\frac{\text{m}}{\text{sek}}$		$\frac{\text{m}}{\text{sek}}$
Piechur	$3,6 \div 9$	$1,0 \div 2,5$	średnia prędkość cząsteczek	
koń	$12 \div 40$	$3,3 \div 11$	przy 0° C i ciśnieniu 760 mm	
gołąb pocztowy	72	20	dwutlenek węgla CO ₂	361
burza (max.)	164	45,5	tlen O ₂	424
pociąg pośpieszny	120	33,3	para wodna H ₂ O	566
statek transatlantycki	57,6	16	wodór H ₂	1692
pocisk karabinowy (u wylotu)	600 ÷ 900		prędkość głosu:	
pocisk armatni (u wylotu)	300 ÷ 600		w powietrzu (0° C, 760 mm)	331,4
punkt na równiku ziemskim			w dwutlenku węgla („)	257
w obrocie dookoła osi 1670		464	w parze wodnej („)	400
Księżyc w obiegu			w wodorze („)	1286
dookoła Ziemi	3688	1024	w drewnie jodłowym	
Ziemia w obiegu			(wzdłuż włókien)	4200 ÷ 5300
dookoła Słońca	107 200	29 770	w miedzi	3970
			w żelazie	4880
			w kauczuku	30 ÷ 70
			fale sejsmiczne długie	około 3870

Promieniowanie w próżni $299\,792,8 \pm 0,24 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$

Tab. 25. Prędkości ruchu obrotowego

Liczba obrotów na minutę:	
Śruba okrętowa	130
śmigło samolotu pasażerskiego .	15 500
turbina parowa	3 000
ultracentryfuga	500 000

Tab. 26. Współczynniki tarcia przy ślizganiu

f = współczynnik tarcia kinetyczny, φ = współczynnik tarcia statyczny

	f	φ		f	φ
Żelazo po żelazie lekko smar. ..	0,15	0,16	dębina po dębinie		
„ po dębinie na sucho	0,49	0,62	w kierunku włókien na sucho	0,48	0,62
„ „ na wodzie ...	0,22	0,65	w kierunku włókien na mydle	0,16	0,44
„ „ na łożu	0,08	0,11	lina konopna		
pas na kole żelaznym na sucho .	0,27	0,38	po dębinie na sucho	0,52	0,80

Tab. 27. Tarcie przy toczeniu

w kilogramach siły hamującej ruch — na tonę masy pojazdu

	$\frac{\text{kg}}{\text{t}}$		$\frac{\text{kg}}{\text{t}}$
Pojazd o kołach z obręczami żelaznymi		samochód na jezdni asfaltowej	35
na drodze wiejskiej	200	tramwaj na szynach wyłożonych ...	6
na jezdni asfaltowej	15	kolej żelazna	2

Tab. 28. Ciężar właściwy (gęstość) według skali Baumégo

Jeżeli areometr Baumégo wskazuje b° , to gęstość $\rho \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ wynosi:

$$\rho = 1 + \frac{b}{144,3 - b}$$

Tab. 29. Gęstości ciał i dane termiczne

Ciała stałe

	Gęstość w 20° C $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	Współ- czynnik rozszerzal- ności liniowej α	Ciepło właści- we $\frac{\text{cal}}{\text{g stop}}$	Tempera- tura topnienia $^\circ\text{C}$	Ciepło top- nienia $\frac{\text{cal}}{\text{g}}$	Tempe- ratura wrzenia przy 760 mm $^\circ\text{C}$	Przewo- dnictwo cieplne $\frac{\text{cal}}{\text{sek cm stop}}$
Bizmut	9,80	$10^{-6} \cdot 13,3$	0,029	269°	12,5	1560°	0,019
cyna	7,28	" 27	0,053	231°	14,5	2260°	0,154
cynk	7,12	" 26	0,093	419°	24,5	913°	0,268
duraluminium	2,79	" 23,6		650°			0,31
drewno jodłowe	0,55	" 3,7*)	0,65				*0,0003
" dębowe	$0,7 \div 1,0$	" 4,9*)	0,57				*0,0004
ebonit	$1,1 \div 1,3$	" $77 \div 88$	0,33				
glin (aluminium)	2,70	" 25,5	0,214	660°	94,6	2270°	0,585
grafit	$1,9 \div 2,3$	" 8	0,165			[3540°]	0,39
lód (0° C)	0,9168	" 51	0,487	0°	79,8	100°	0,0053
miedź	8,93	" 16,7	0,092	1083°	48,9	2360°	0,95
mosiądz	$8,4 \div 8,7$	" $18 \div 19$	0,09	ok. 900°			0,26
naftalen	1,15	" 94	0,30	80°	36	217°	*0,0009
nikiel	8,90	" 13	0,105	1455°	71,6	3075°	0,22
nowe srebro	8,50	" 18	0,095	ok. 1050°			0,06
ołów	11,37	" 29,1	0,031	327°	5,92	1755°	0,083
parafina twarda	0,9	" 110	0,70	ok. 54°	35	410°	*0,0006
platyna	21,50	" 8,94	0,032	1773°	24,1	4300°	0,17
porcelana	$2,2 \div 2,5$	" $3 \div 6$	0,003				*0,003
siarka jednoskośna	1,96	" 70	0,169	119°	10,0	444°	*0,0007
" rombową	2,07	" 18,8	0,175	112°	12,0		
srebro	10,51	" 10	0,056	960°	25,1	2170°	1,00
stal miękka		" $10 \div 11$	0,12	ok. 1375°			0,14
" twarda	$7,7 \div 7,9$	" 11,7		ok. 1400°			0,06
" inwar (36 % Ni)		" 0,9		1450°			0,026
szkło crown	$2,4 - 2,6$	" 8,5	0,16	800 ÷ 1400°			0,0025
" flint	$2,9 - 4,5$	" 7,8	0,12				0,0019
" pyrex	2,25	" 3	0,20				0,0025
złoto	19,32	" 13,9	0,031	1063°	15,4	2360°	0,70
żelazo czyste	7,87	" 11,5	0,180	1527°	64,0	3235°	0,20
" kute	$7,8 \div 7,9$	" 11,9		ok. 1500°			
" lane	$7,1 \div 7,7$	" 10,2		ok. 1200°			0,12

*) Współczynnik rozszerzalności liniowej — średni w granicach $0 \div 100^\circ$ (dla ebonitu w granicach $17 \div 35^\circ$, dla lodu od -21° do 0° , dla parafiny twardej $0 \div 40^\circ$). Dla drewna podano współczynnik rozszerzalności wzdłuż włókien; współczynnik rozszerzalności prostopadłe do włókien jest $6 \div 15$ razy większy.

Ciepło właściwe = ilość kaloryj gramowych potrzebna do ogrzania 1 grama ciała o 1 stopień, średnio w granicach $0 \div 100^\circ$ (dla lodu od -21° do 0° , dla parafiny twardej $1 \div 20^\circ$, dla porcelany $20 \div 1200^\circ$).

Dla grafitu podano [w klamrze] temperaturę sublimacji ciała ze stanu stałego do gazowego.

Przewodnictwo cieplne = ilość kaloryj gramowych ciepła przechodzącego w ciągu 1 sek. przez 1 cm^2 przekroju przy spadzie temperatury o 1° na 1 cm . Liczby z gwiazdką * dają pojęcie tylko o rzędzie wielkości przewodnictwa i o wartości izolacyjnej ciała.

Tab. 29. Gęstości ciał i dane termiczne

Ciecze

	Gęstość w 20° C $\frac{g}{cm^3}$	Współczyn- nik rozsze- rzalności objętościo- wej β	Ciepło wła- ściwe $\frac{cal}{g \text{ stop.}}$	Tempera- tura topnienia $t^\circ C$	Ciepło top- nienia $\frac{cal}{g}$	Tempera- tura wrzenia $t^\circ C$	Ciepło parow- ania $\frac{cal}{g}$
Alkohol etylowy C_2H_5OH	0,7892	$10^{-5} \cdot 110$	0,557	-114°,2	25,8	78°,3	201
benzen C_6H_6	0,8784	124	0,407	+ 5°,49	30,4	80°,2	94
dwusiarczek węgla CS_2	1,265	120	0,24	-111°,8	17,7	46°,2	87
eter etylowy $C_2H_5OC_2H_5$	0,716	162	0,56	-123°,4	23,5	34°,60	86
gliceryna $C_3H_8O_3$	1,2604	50	0,58	+ 17°,9	47,9	290°	
kwas siarkowy H_2SO_4	1,834		0,319	+ 10°,49	16,1	(338° — rozkład)	
nafta	0,81	90 ÷ 99	0,51			150 ÷ 270°	76
oliwa	0,915	72	0,47	+ 2 ÷ 6°		ok. 300°	
rtęć 0°	13,5951	18,18	0,0335	- 38°,83	2,7	357°	68
20°	13,5457	18,2	0,0333				
100°	13,3514		0,0328				
woda H_2O przy 0°	0,999841		1,0093	0°	79,8	100°	538,9
gęstość max. przy 4°	0,999973	5,3	1,0048				
20°	0,998203	20	0,9986				
100°	0,9583	60	1,0057				
woda ciężka D_2O 4°	1,1053		0,901	+ 3°,82	76,1	101°,42	495
gęstość max. przy 11°,6	1,1057						
20°	1,1050						

Gazy

	Masa cząste- czkowa	Gęstość przy 0° C i 760 mm		Tempera- tura topnienia $t^\circ C$	Tempera- tura wrzenia $t^\circ C$	Ciepło parow- ania $\frac{cal}{g}$	Tem- peratura kry- tyczna $t^\circ C$	Ciś- nienie kry- tyczne atm
		$\frac{g}{dm^3}$	względem powietrza					
Hel He	4,003	0,1785	0,1381	(-270°,7)	-268°,94	6	-267°,9	2,3
wodór H_2	2,016	0,08987	0,06952	-259°,20	-252°,78	112,5	-239°,9	13
wodór ciężki D_2	4,209	0,1875	0,1451	-254°,6	-249°,7	75		
azot N_2	28,12	1,2505	0,9673	-210°,0	-195°,8	47,6	-147°,1	33,5
powietrze suche	(28,96)	1,2928	1	-213°	-194°	49	-140°,7	37,2
tlen O_2	32	1,42895	1,1053	-218°,83	-182°,97	51	-118°,8	49,7
acetylen C_2H_2	26,04	1,173	0,906	- 81°,7	-83°,6	164	- 36°	62
dwutlenek węgla CO_2	44,01	1,9768	1,5291	- 56°,6 ($p=5,28 \text{ atm}$)	[- 78°,5]		+ 31°,0	74,96
amoniak NH_3	17,031	0,7714	0,5967	- 77°,7	- 33°,4	327	132°,4	111,5
chlor Cl_2	70,91	3,22	2,49	-103°	- 34°,0	62,3	144°,0	76,1
para eteru etylowego	74,12		0,256		+ 34°,6	90	193°,8	35,5
para alkoholu etylowego	46,07		1,580		78°,3	205	243°,1	63,1
para wodna H_2O	18,02		0,6225		100°	538,9	374°,2	217,5
para wody ciężkiej D_2O	20,21		0,698		101°,42	555		

[Dwutlenek węgla CO_2 pod ciśnieniem 760 mm sublimuje w temperaturze - 78°,5 C ze stanu stałego do gazowego].

Współczynnik rozszerzalności objętościowej gazów $\beta = \frac{1}{273,2} = 0,0036604$.

Tab. 30. Ciepło właściwe gazów

 C_p — ciepło właściwe gazu pod stałym ciśnieniem C_v — ciepło właściwe gazu przy stałej objętościWartości początkowe: $p = 760$ mm, $t = 15^\circ$

		C_p	$\frac{C_p}{C_v}$			C_p	$\frac{C_p}{C_v}$
Hel	15°	1,251	1,66	dwutlenek węgla	15°	0,245	1,304
wodór	"	3,41	1,410	amoniak	"	0,536	1,310
azot	"	0,251	1,400	chlór	"	0,124	1,36
powietrze suche	"	0,240	1,403	para eteru etylowego	35°	0,462	1,08
tlen	"	0,22	1,401	" alkoholu etylow.	58°	0,29	1,13
acetylen	"	0,402	1,26	" wodna	100°	0,480	1,324

Tab. 31. Ciepło spalania

w kilokaloriach na 1 kg ciała spalanego pod ciśnieniem 1 atm

Acetylen	11 900	oliwa	9 400
alkohol etylowy	7 180	ropa naftowa	$10\,800 \div 11\,000$
drewno (12% wody)	$3\,900 \div 4\,500$	torf	$3\,500 \div 4\,200$
gaz świetlny (na 1 m ³)	$5\,600 \div 6\,500$	węgiel drzewny	$7\,100 \div 8\,000$
koks	7 100	" brunatny	$4\,400 \div 7\,000$
łój	9 400	" kamienny	$7\,400 \div 8\,800$
nafta	11 400	wodór	34 200

Tab. 32. Rozpuszczalność w wodzie

W 100 gramach wody znajdują się w stanie roztworu nasyconego następujące ilości gramów soli bezwodnej:

W temperaturze roztworu	0° C	20° C	100° C
Chlorek sodu NaCl (sól kuchenna)	35,6	35,8	39,2
cukier trzcinowy $C_{12}H_{22}O_{11}$	179,2	203,9	487,2
azotan srebra $AgNO_3$	115,0	218,5	911,1
chlorek srebra $AgCl$	0,00007	0,00015	0,00217

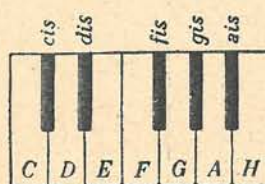
Tab. 33. Mieszanki chłodzące

(części podane na wagę)

1 cz. NH_4NO_3 + 1 cz. wody	-15° C	2 cz. śniegu lub wody + 1 cz. NaCl	-18° C
8 cz. Na_2SO_4 + 5 cz. wody	-17° C	3 cz. śniegu + 4 cz. kryst. $CaCl_2$	-48° C
CO_2 stałe + eter	$-78,35^\circ$ C		

Tab. 34. Diatoniczna skala muzyczna

Podane są nazwy tonów i stosunki częstotliwości drgań:



C	D	E	F	G	A	H	C
do *	re *	mi	fa *	sol *	la *	si	do
9	5	4	3	5	15		
1 : 8	5 : 4	4 : 3	3 : 2	5 : 3	15 : 8		2
24	27	30	32	36	40	45	48

Ton normalny la_3 (lub A') ma 440 drgań na sekundę.W gamie temperowanej (fortepianowej) interwał półtonu wynosi $\sqrt[12]{2} = 1,05946$

Tab. 35. Redukcja barometru do 0°

b = stan barometru w milimetrach, odczytany w temperaturze $t^{\circ}\text{C}$.

Dla skali *mosiężnej* należy odjąć od b poprawkę podaną w tablicy na skrzyżowaniu kolumny b z wierszem t , jeżeli $t > 0$.

Dla skali *szklanej* należy prócz tego odjąć poprawkę Δ podaną w ostatniej kolumnie.

$b =$	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	Δ
t											
1°	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,01
2	0,22	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,02
3	0,33	0,34	0,34	0,35	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,02
4	0,45	0,45	0,46	0,46	0,47	0,48	0,48	0,49	0,50	0,50	0,03
5	0,56	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,61	0,61	0,62	0,63	0,04
6°	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,05
7	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,06
8	0,89	0,90	0,92	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	1,01	0,06
9	1,00	1,02	1,03	1,04	1,06	1,07	1,09	1,10	1,12	1,13	0,07
10	1,11	1,12	1,14	1,16	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	0,08
11°	1,22	1,24	1,26	1,28	1,29	1,31	1,33	1,35	1,37	1,38	0,09
12	1,33	1,35	1,37	1,39	1,41	1,43	1,45	1,47	1,48	1,50	0,10
13	1,44	1,47	1,49	1,51	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,64	0,10
14	1,56	1,58	1,60	1,62	1,65	1,67	1,69	1,72	1,74	1,76	0,11
15	1,67	1,69	1,72	1,74	1,76	1,79	1,81	1,84	1,86	1,89	0,12
16°	1,78	1,80	1,83	1,86	1,88	1,91	1,93	1,96	1,99	2,01	0,13
17	1,89	1,92	1,94	1,97	2,00	2,03	2,05	2,08	2,11	2,14	0,14
18	2,00	2,03	2,06	2,09	2,12	2,15	2,18	2,20	2,23	2,26	0,14
19	2,10	2,13	2,16	2,19	2,22	2,25	2,29	2,32	2,35	2,38	0,15
20	2,22	2,25	2,28	2,32	2,35	2,38	2,42	2,45	2,48	2,51	0,16
21°	2,33	2,36	2,40	2,43	2,47	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	0,17
22	2,44	2,48	2,51	2,55	2,58	2,62	2,66	2,69	2,73	2,76	0,18
23	2,55	2,59	2,63	2,66	2,70	2,74	2,78	2,81	2,85	2,89	0,18
24	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,86	2,90	2,94	2,97	3,01	0,19
25	2,77	2,81	2,85	2,90	2,94	2,98	3,02	3,06	3,10	3,14	0,20
26°	2,88	2,92	2,97	3,01	3,05	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	0,21
27	2,99	3,04	3,08	3,12	3,16	3,21	3,26	3,30	3,34	3,39	0,22
28	3,10	3,15	3,19	3,24	3,29	3,33	3,38	3,42	3,47	3,51	0,22
29	3,21	3,26	3,31	3,35	3,40	3,45	3,50	3,54	3,59	3,64	0,23
30	3,32	3,37	3,42	3,47	3,52	3,57	3,61	3,67	3,71	3,76	0,24

Tab. 36. Prężność par nasyconych w temperaturze $t^{\circ}\text{C}$

Eter etylowy $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$		Alkohol etylowy $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$		Amoniak NH_3		Dwutlenek siarki SO_2	
—10°	114 mm	—10°	6,5 mm	—30°	1,219 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	0°	1,585 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
0°	184	0°	12,5	—20°	1,940	20°	3,370
10°	286	10°	23,8	—10°	2,966	Dwutlenek węgla CO_2	
20°	432	20°	44,0	0°	4,379	—10°	26,99 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
30°	635	30°	78,0	5°	5,259	0°	35,54
40°	907	40°	133,4	10°	6,271	5°	40,50
50°	1264	50°	220,0	15°	7,427	10°	45,95
60°	1725	60°	350,0	20°	8,741	15°	51,93
70°	2304	70°	541,0	25°	10,225	20°	58,46
80°	3023	80°	812	30°	11,895	31°	74,96
90°	3898	90°	1187	50°	20,727	(kryt.)	
100°	4953	100°	1694	132°,9	119,0		

Tab. 37. Redukcja objętości i gęstości gazów do 0° i do 760 mm

$v_0 = M \cdot v$, $d_0 = d \cdot \frac{1}{M}$, gdzie $M = \frac{P}{760(1 + \alpha t)}$. Wartości M podaje następująca tabela:

	700 mm	710 mm	720 mm	730 mm	740 mm	750 mm	760 mm	770 mm	780 mm	Po- prawka na 1 mm
5°	0,9045	0,9174	0,9303	0,9432	0,9562	0,9691	0,9820	0,9949	1,0078	0,00129
6°	0,9012	0,9141	0,9270	0,9398	0,9527	0,9656	0,9785	0,9913	1,0042	0,00129
7°	8980	9109	9237	9365	9493	9622	9750	9878	1,0006	128
8°	8948	9076	9204	9332	9460	9587	9715	9843	0,9971	128
9°	8917	9044	9171	9299	9426	9553	9681	9808	9935	127
10°	8885	9012	9139	9266	9393	9520	9646	9773	9900	127
11°	0,8854	0,8980	0,9107	0,9233	0,9360	0,9486	0,9613	0,9739	0,9865	0,00126
12°	8823	8949	9075	9201	9327	9453	9579	9705	9831	126
13°	8792	8917	9043	9169	9294	9420	9545	9671	9797	126
14°	8761	8886	9012	9139	9262	9387	9512	9637	9762	125
15°	8731	8856	8980	9105	9230	9355	9479	9604	9729	125
16°	0,8701	0,8825	0,8949	0,9073	0,9198	0,9322	0,9446	0,9571	0,9695	0,00124
17°	8671	8794	8918	9042	9166	9290	9414	9536	9662	124
18°	8641	8764	8888	9012	9135	9258	9381	9505	9628	123
19°	8611	8734	8857	8980	9103	9226	9349	9472	9595	123
20°	8582	8704	8827	8950	9072	9195	9317	9440	9563	123
21°	0,8553	0,8675	0,8797	0,8919	0,9041	0,9163	0,9285	0,9408	0,9530	0,00122
22°	8524	8645	8767	8889	9011	9132	9254	9376	9498	122
23°	8495	8616	8737	8859	8980	9102	9223	9344	9466	121
24°	8466	8587	8708	8829	8950	9071	9191	9313	9434	121
25°	8438	8558	8679	8799	8920	9040	9161	9281	9402	120
26°	0,8410	0,8530	0,8650	0,8770	0,8890	0,9010	0,9130	0,9250	0,9370	0,00120
27°	8382	8501	8621	8741	8861	8980	9100	9220	9339	120
28°	8354	8473	8592	8712	8831	8950	9069	9189	9308	119
29°	8326	8445	8564	8683	8802	8921	9040	9159	9278	119
30°	8299	8417	8536	8654	8773	8891	9010	9128	9247	118

Tab. 38. Prężność i gęstość pary wodnej nasyconej

p = prężność w milimetrach słupa rtęci w temperaturze $t^{\circ}\text{C}$
 d = liczba gramów pary w metrze sześciennym w temperaturze $t^{\circ}\text{C}$

t°	p	d	t°	p	d	t°	p	d	t°	p	d	t°	p	d
			0°	4,6	4,8	+15°	12,8	12,8	+30°	31,8	30,3	+110°	1075	826
			+1	4,9	5,2	16	13,6	13,6	35	42,2	39,6	115	1268	965
			2	5,3	5,6	17	14,5	14,5	40	55,3	51,1	120	1489	1122
			3	5,7	5,9	18	15,5	15,4	45	71,9	65,4	125	1741	1299
			4	6,1	6,4	19	16,5	16,3	50	92,5	83,0	130	2028	1496
—10°	1,9	2,1	5°	6,5	6,8	20°	17,5	17,3	55°	118,1	104,3	135°	2347	1719
—9	2,1	2,3	6	7,0	7,3	21	18,6	18,3	60	149,4	130,2	140	2711	1967
—8	2,3	2,5	7	7,5	7,8	22	19,8	19,4	65	187,5	161,1	145	3117	2243
—7	2,5	2,7	8	8,0	8,3	23	21,1	20,6	70	233,7	198,1	150	3570	2548
—6	2,8	3,0	9	8,6	8,8	24	22,4	21,8	75	289,1	241,8	155	4075	2887
—5°	3,0	3,2	10°	9,2	9,4	25°	23,8	23,0	80°	355,2	293,3	160°	4636	3260
—4	3,3	3,5	11	9,8	10,0	26	25,2	24,4	85	433,4	353,4	170	5940	4122
—3	3,6	3,8	12	10,5	10,7	27	26,7	25,8	90	525,9	423,5	180	7521	5157
—2	3,9	4,1	13	11,2	11,4	28	28,3	27,2	95	633,8	504,5	190	9415	6392
—1	4,2	4,4	14	12,0	12,0	29	30,0	28,7	100	760,0	597,7	200	11664	7857

Tab. 39. Sprężystość i wytrzymałość

(w tonach na centymetr kwadratowy)

ε = współczynnik sprężystości na wyciąganie (moduł Younga)

τ = współczynnik sprężystości na skręcanie

e = wytrzymałość na zerwanie

(Liczby w tej tabelicy są przybliżone i dają pojęcie tylko o rzędzie wielkości)

	ε	τ	e		ε	τ	e
Aluminium (glin)...	650	260	$1,7 \div 2,0$	kwarcowa nitka ..	518	300	ok. 10
duraluminium	740		$4,0 \div 5,5$	szkło jenajskie ...	650	260	
cynk	840	340	1,3	(crown)	780	320	0,6
miedź (druć)	1200	400	4	jedwab (włókno)	65	13	2,6
nikiel	2000	770	5	lina konopna			$0,6 \div 1,0$
olów	162	56	0,2	kauczuk	4	0,16	
srebro (czyste) ...	790	280	2,9	drewno (wzdłuż wł.)			
stal (struna).....	2090	812	23,6	dębowe	130		0,6
żelazo kute	1900	770	5,4	jodłowe	110	6	0,4

Tab. 40. Długość fal widma elektromagnetycznego

w ångströmach ($1 \text{ Å} = 10^{-8} \text{ cm}$)

	najkrótsze	od 10^{-5} $4,7 \cdot 10^{-3}$	do 10^{-4}
wtórne fale kosmiczne			
promienie gamma		od 0,16	do $4,0 \cdot 10^2$
„ X (Roentgena)		„ $4,0 \cdot 10^2$	„ $3,6 \cdot 10^3$
„ nadfiołkowe		„ $3,6 \cdot 10^3$	„ $4,2 \cdot 10^3$
„ widzialne: fioletowe		„ $4,2 \cdot 10^3$	„ $4,9 \cdot 10^3$
„ „ niebieskie		„ $4,9 \cdot 10^3$	„ $5,3 \cdot 10^3$
„ „ zielone		„ $5,3 \cdot 10^3$	„ $5,9 \cdot 10^3$
„ „ żółte		„ $5,9 \cdot 10^3$	„ $6,5 \cdot 10^3$
„ „ pomarańczowe		„ $6,5 \cdot 10^3$	„ $7,8 \cdot 10^3$
„ „ czerwone		„ $7,8 \cdot 10^3$	„ $3,0 \cdot 10^6$
„ podczerwone		„ $3,0 \cdot 10^6$	„ ∞
fale radiowe (Hertza)			

Tab. 41. Współczynniki załamania ciał przezroczystych (względem powietrza)

i skręcenie płaszczyzny polaryzacji w kwarcu (płytkę $\perp$ do osi, grubość 1 mm)

Nazwa fali	B	C	D ₂	E	F	G	H
Długość fali w mikronach ..	0,687	0,656	0,589	0,527	0,486	0,431	0,397
Alkohol etylowy 18° C	1,3599	1,3606	1,3624	1,3647	1,3667	1,3705	1,3736
dwusiarczek węgla 18° C	6166	6198	6293	6421	6541	6786	7016
szkło crown lekki	5118	5127	5153	5186	5214	5267	5312
„ flint lekki	6020	6038	6085	6145	6200	6308	6404
terpentyna 10°, 6 C	4705	4715	4744	4784	4817	4882	4939
woda 15° C	3311	3319	3337	3360	3379	3414	3443
szpat islandzki 18° C.....	6530	6545	6585	6635	6680	6762	6833
„ „ { z.	4839	4846	4864	4887	4908	4945	4978
„ „ { n.	5409	5418	5443	5471	5496	5542	5581
kwarc 15° C	5500	5509	5533	5563	5589	5637	5677
Kwarc skręca płaszczyznę polaryzacji o kąt	15°45'	17°19'	21°43'	27°32'	32°46'	42°36'	51°11'

Tab. 42. Opór elektryczny ciał stałych

ϱ = opór w omach 1 km drutu o przekroju 1 mm² w temperaturze 18° C
 Δ = przyrost oporu ϱ na 1 stopień ogrzania powyżej 18° C

	ϱ	Δ
Cyna ciagniona	113	+0,48
cynk czysty	61	+0,23
glin (aluminium)	27,9	+0,11
konstantan (54 % Cu, 46 % Ni)	490	0
manganin (86 % Cu, 12 % Mn, 2 % Ni)	430	0
miedź ciagniona	17,1	+0,067
mosiądz twardy	84	+0,11
nikiel	95	+0,57
nikielin (67 % Cu, 30 % Ni, 3 % Mn)	400	+0,10
nowe srebro (60 % Cu, 20 % Ni, 20 % Zn)	550	+0,15
olów	210	+0,84
platyna	108	+0,37
rtęć	956	+0,84
srebro	16,3	+0,062
stal (z zawartością węgla 0,1 %)	120	+0,70
węgiel retortowy około	47 500	-11
złoto	24	+0,09
żelazo	122	+0,58

Tab. 43. Przewodnictwo elektrolitów

κ = przewodnictwo roztworu wodnego =
= odwrotność oporu w omach w 18° C
(1 cm² przekroju, 1 cm długości)
 δ = przyrost przewodnictwa κ na 1° C

	κ	δ
Chlorek potasu KCl .. 5 %	0,0690	0,0014
10 %	1359	26
15 %	2020	36
chlerek sodu NaCl ... 5 %	0,0672	0,0015
10 %	1211	26
15 %	1642	35
salmiak NH ₄ Cl 5 %	0,0918	0,0018
10 %	1776	33
15 %	2586	44
siarczan cynku ZnSO ₄ 5 %	0,0191	0,0004
10 %	0321	07
15 %	0415	09
siarczan miedzi CuSO ₄ 5 %	0,0198	0,0004
10 %	0320	07
15 %	0421	10
kwas siarkowy H ₂ SO ₄ 5 %	0,2085	0,0025
10 %	3915	50
20 %	6527	95

Tab. 44. Przewodnictwo izolatorów

Przewodnictwo = odwrotność oporu w omach (przekrój przewodnika 1 cm², długość 1 cm).
Przewodnictwo izolatorów używanych w przemyśle jest tak zmienne, że liczby poniższe dają tylko pojęcie o rzędzie wielkości.

Ebonit (w 20° C)	$5 \cdot 10^{-16}$	szkło (w 10° C)	$2 \cdot 10^{-14}$
gutaperka	$3 \cdot 10^{-15}$	lód (0° C)	$2,5 \cdot 10^{-10}$
szelak	$1 \cdot 10^{-16}$	woda najczystsza (18° C)	$4 \cdot 10^{-8}$
łyśczyk (mika) (w 20° C)	$1,2 \cdot 10^{-14}$	woda destylowana	$1 \cdot 10^{-6}$

Tab. 45. Stała dielektryczna (w temperaturze 18° C)

Alkohol etylowy ..	25,8	kwarc	4,7 ÷ 5,0	powietrze (18° C) .	1,00055
bakelit	2,2 ÷ 3,0	lak	4,3 ÷ 4,5	siarka	2,0 ÷ 4,0
dwusiarczek węgla	2,61	łyśczyk (mika) ..	5,7 ÷ 7,0	szelak	3,0 ÷ 3,7
ebonit	2,6 ÷ 3,0	nafta	1,9 ÷ 2,3	szkło	3,7 ÷ 8,3
eter etylowy	4,4	oliwa	3,1 ÷ 3,2	terpentyna	2,2
gliceryna	40	parafina	2,1 ÷ 2,2	woda (18° C)	81,1
gutaperka	2,5 ÷ 4,0	porcelana	4,3 ÷ 6,8	woda (0° C)	88,0

Tab. 46. Siła elektromotoryczna ogni

Akumulator ołowiowy: siła elektromotoryczna podczas ładowania rośnie	od 1,83 do 2,64 V
Bunsen (Zn, ZnSO ₄ aq, HNO ₃ , C)	1,80 ÷ 1,96
Daniell (Zn, ZnSO ₄ aq, CuSO ₄ nasyc., Cu)	1,08 ÷ 1,12
Weston (Cd amalgam., CdSO ₄ nasyc., HgSO ₄ , Hg)	1,018364 V
Leclanché (Zn, NH ₄ Cl aq, MnO ₂ , C)	ok. 1,5
Grenet lub Poggendorff (Zn, K ₂ Cr ₂ O ₇ + H ₂ SO ₄ aq, C)	ok. 2,0
Clark (Zn amalgam., ZnSO ₄ nasyc., HgSO ₄ , Hg)	1,433 V

Tab. 47. Równoważniki elektrochemiczne

Nazwa i równoważnik chemiczny	Prąd 1 amper wy- dziela miligramów		Nazwa i równoważnik chemiczny	Prąd 1 amper wy- dziela miligramów	
	na sek.	na min.		na sek.	na min.
Cynk $\frac{\text{Zn}}{2} = 32,69$	0,3388	20,33	rtęć (-awa) ... $\frac{\text{Hg}_2}{2} = 200,61$	2,0789	124,73
miedź (-awa) $\frac{\text{Cu}_2}{2} = 63,57$	0,6588	39,53	„ (-owa) ... $\frac{\text{Hg}}{2} = 100,30$	1,0394	62,36
„ (-owa) .. $\frac{\text{Cu}}{2} = 31,78$	0,3294	19,76	srebro $\text{Ag} = 107,88$	1,1180	67,08
nikiel (-awy) $\frac{\text{Ni}}{2} = 29,34$	0,3040	18,24	tlen $\frac{\text{O}}{2} = 8$	0,0829	4,97
„ (-owy) .. $\frac{\text{Ni}_2}{6} = 19,56$	0,2027	12,16	(na min. 3,48 cm ³ O ₂ norm.)		
platyna $\frac{\text{Pt}}{4} = 48,81$	0,5058	30,35	wodór $\text{H} = 1,008$	0,0105	0,63
			(na min. 6,96 cm ³ H ₂ norm.)		

Tab. 48. Stałe atomowe

Stała gazowa dla cząsteczki gramowej gazu:

$$R = \frac{pV}{T} = 8,314 \cdot 10^7 \text{ erg/stop.} = 1,985 \text{ cal/stop.}$$

Liczba Avogadra (liczba cząsteczek chemicznych w cząsteczce gramowej):

$$N = 6,024 \cdot 10^{23}$$

Stała Boltzmannna:

$$k = \frac{R}{N} = 1,3803 \cdot 10^{-16} \text{ erg/stop.}$$

Średnice niektórych cząsteczek (według kinetycznej teorii gazów) w ångströmach:

He	H ₂	O ₂	Ar	Cl ₂	H ₂ O	CO ₂	C ₆ H ₆
1,9	2,3	2,9	2,8	3,6	2,6	3,2	4,1

Stała Plancka — kwant działania:

$$h = 6,623 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sek}$$

Nabój elementarny (elektronu oraz protonu):

$$e = 4,802 \cdot 10^{-10} \text{ jES (e)} = 1,602 \cdot 10^{-20} \text{ jEM (e)} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Stosunek naboju elektronu do jego masy:

$$\frac{e}{m_e} = 1,759 \cdot 10^8 \frac{\text{C}}{\text{g}}$$

Masa elektronu:

$$m_e = 9,1066 \cdot 10^{-28} \text{ g}$$

Stosunek masy elektronu do masy atomu wodoru:

$$m_e : m_H = 1 : 1837,5$$

Masa atomu wodoru:

$$m_H = 1,6732 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Elektronowolt (przyrost energii kinetycznej elektronu po przejściu różnicy potencjałów równej 1 V :

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$$

Równoważność masy i energii:

$$E = mc^2$$

$$1 \text{ g} = 9 \cdot 10^{20} \text{ erg} = 2,18 \cdot 10^{13} \text{ cal}$$

$$m_e = 511 \text{ 600 eV} = 8,197 \cdot 10^{-7} \text{ erg}$$

Tab. 49. Układ okresowy pierwiastków

	Grupa I		Grupa II		Grupa III		Grupa IV		Grupa V		Grupa VI		Grupa VII		Grupa VIII		Grupa 0	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a			
Okres 1	H 1																He 2	
Okres 2	Li 3		Be 4		B 5		C 6		N 7		O 8		F 9				Ne 10	
Okres 3	Na 11		Mg. 12		Al 13		Si 14		P 15		S 16		Cl 17				A 18	
Okres 4	K 19	Cu 29	Ca 20	Zn 30	Ga 31	Sc 21	Ge 32	Ti 22	As 33	V 23	Se 34	Cr 24	Br 35	Mn 25	Fe 26	Co 27	Ni 28	Kr 36
Okres 5	Rb 37	Ag 47	Sr 38	Cd 48	In 49	Y 39	Sn 50	Zr 40	Sb 51	Nb 41	Te 52	Mo 42	J 53	Tc 43	Ru 44	Rh 45	Pd 46	Xe 54
Okres 6	Cs 55	Au 79	Ba 56	Hg 80	Tl 81	ziemie rzadkie 57—71	Pb 82	Hf 72	Bi 83	Ta 73	Po 84	W 74	At 85	Re 75	Os 76	Ir 77	Pt 78	Rn 86
Okres 7	Fr 87		Ra 88			aktynowce 89—101												

Ziemie rzadkie (lantanowce): La, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tu, Yb, Lu
57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71
Aktynowce: Ac, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Bk, Cf, E, Fm, Mv
89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101

Tab. 50. Pierwiastki chemiczne i ich naturalne izotopy

Nazwa polska łacińska	Z	Rozmiesz- czenie elektronów	M	Izotopy
Wodór *) <i>Hydrogenium</i>	1 H	1	1,008	1(99,98 %), 2(0,02 %)
Hel <i>Helium</i>	2 He	2	4,003	3(0,0001 %), 4(ok. 100 %)
Lit <i>Lithium</i>	3 Li	2. 1	6,940	6(7,3 %), 7(92,7 %)
Beryl <i>Beryllium</i>	4 Be	2. 2	9,013	9(100 %)
Bor <i>Borum</i>	5 B	2. 3	10,82	10(18,83 %), 11(81,17 %)
Węgiel <i>Carboneum</i>	6 C	2. 4	12,011	12(98,89 %), 13(1,11 %)
Azot <i>Nitrogenium</i>	7 N	2. 5	14,008	14(99,635 %), 15(0,365 %)
Tlen <i>Oxygenium</i>	8 O	2. 6	16,0000	16(99,758 %), 17(0,039 %), 18(0,203 %)
Fluor <i>Fluorum</i>	9 F	2. 7	19,00	19(100 %)
Neon <i>Neon</i>	10 Ne	2. 8	20,183	20(90,92 %), 21(0,257 %), 22(8,823 %)
Sód <i>Natrium</i>	11 Na	2. 8. 1	22,991	23(100 %)
Magnez <i>Magnesium</i>	12 Mg	2. 8. 2	24,32	24(78,60 %), 25(10,11 %), 26(11,29 %)
Glin <i>Aluminium</i>	13 Al	2. 8. 3	26,98	27(100 %)
Krzem <i>Silicium</i>	14 Si	2. 8. 4	28,09	28(92,18 %), 29(4,70 %), 30(3,12 %)
Fosfor <i>Phosphorus</i>	15 P	2. 8. 5	30,975	31(100 %)
Siarka <i>Sulfur</i>	16 S	2. 8. 6	32,066	32(95,018 %), 33(0,750 %), 34(4,215 %) 36(0,017 %)
Chlor <i>Chlorum</i>	17 Cl	2. 8. 7	35,457	35(75,4 %), 37(24,6 %)
Argon <i>Argon</i>	18 A	2. 8. 8	39,944	36(0,337 %), 38(0,063 %), 40(99,600 %)
Potas <i>Kalium</i>	19 K	2. 8. 8. 1	39,100	39(93,08 %), 40(0,0119 %), 41(6,908 %)
Wapń <i>Calcium</i>	20 Ca	2. 8. 8. 2	40,08	40(96,92 %), 42(0,64 %), 43(0,192 %), 44(2,13 %), 46(0,003 %), 48(0,179 %)
Skand <i>Scandium</i>	21 Sc	2. 8. 9. 2	44,96	45(100 %)
Tytan <i>Titanium</i>	22 Ti	2. 8. 10. 2	47,90	46(7,95 %), 47(7,75 %), 48(73,45 %), 49(5,51 %), 50(5,34 %)
Wanad <i>Vanadium</i>	23 V	2. 8. 11. 2	50,95	50(0,23 %), 51(99,77 %)
Chrom <i>Chromium</i>	24 Cr	2. 8. 13. 1	52,01	50(4,31 %), 52(83,76 %), 53(9,55 %), 54(2,38 %)
Mangan <i>Manganum</i>	25 Mn	2. 8. 13. 2	54,94	55(100 %)
Żelazo <i>Ferrum</i>	26 Fe	2. 8. 14. 2	55,85	54(5,81 %), 56(91,64 %), 57(2,21 %), 58(0,34 %)

*) Izotop wodoru ${}^2\text{H}$ (ciężki wodór lub deuter) ma również symbol D.

Z = liczba atomowa = liczba nabożów elementarnych w jądrze atomu.

Rozmieszczenie elektronów w atomach jest wyznaczone przez ich liczbę w kolejnych warstwach odpowiadających głównej liczbie kwantowej $n = 1, 2, 3, \dots$

Tab. 50. Pierwiastki chemiczne i ich naturalne izotopy

Nazwa polska łacińska		Z	Rozmiesz- czenie elektronów	M	Izotopy
Kobalt	<i>Cobaltum</i>	27 Co	2. 8. 15. 2	58,94	59(100 %)
Nikiel	<i>Niccolum</i>	28 Ni	2. 8. 16. 2	58,69	58(67,77 %), 60(26,16 %), 61(1,25 %), 62(3,66 %), 64(1,16 %)
Miedź	<i>Cuprum</i>	29 Cu	2. 8. 18. 1	63,54	63(68,94 %), 65(31,06 %)
Cynk	<i>Zincum</i>	30 Zn	2. 8. 18. 2	65,38	64(48,89 %), 66(27,81 %), 67(4,07 %), 68(18,61 %), 70(0,62 %)
Gal	<i>Gallium</i>	31 Ga	2. 8. 18. 3	69,72	69(60,16 %), 71(39,84 %)
German	<i>Germanium</i>	32 Ge	2. 8. 18. 4	72,60	70(20,55 %), 72(27,37 %), 73(7,61 %), 74(36,74 %), 76(7,67 %)
Arsen	<i>Arsenium</i>	33 As	2. 8. 18. 5	74,91	75(100 %)
Selen	<i>Selenium</i>	34 Se	2. 8. 18. 6	78,96	74(0,86 %), 76(8,95 %), 77(7,65 %), 78(23,51 %), 80(49,62 %), 82(9,39 %)
Brom	<i>Bromum</i>	35 Br	2. 8. 18. 7	79,916	79(50,53 %), 81(49,47 %)
Krypton	<i>Krypton</i>	36 Kr	2. 8. 18. 8	83,7	78(0,354 %), 80(2,266 %), 82(11,56 %), 83(11,55 %), 84(56,90 %), 86(17,37 %)
Rubid	<i>Rubidium</i>	37 Rb	2. 8. 18. 8. 1	85,48	85(72,2 %), 87(27,8 %)
Stront	<i>Strontium</i>	38 Sr	2. 8. 18. 8. 2	87,63	84(0,55 %), 86(9,75 %), 87(6,96 %), 88(82,74 %)
Itr	<i>Yttrium</i>	39 Y	2. 8. 18. 9. 2	88,92	89(100 %)
Cyrkon	<i>Zirconium</i>	40 Zr	2. 8. 18. 10. 2	91,22	90(51,46 %), 91(11,23 %), 92(17,11 %), 94(17,40 %), 96(2,80 %)
Niob	<i>Niobium</i>	41 Nb	2. 8. 18. 12. 1	92,91	93(100 %)
Molibden	<i>Molybdaenum</i>	42 Mo	2. 8. 18. 13. 1	95,95	92(15,84 %), 94(9,04 %), 95(15,72 %), 96(16,53 %), 97(9,46 %), 98(23,78 %), 100(9,63 %)
Technet	<i>Technetium</i>	43 Tc	2. 8. 18. 14. 1	(99)	
Ruten	<i>Ruthenium</i>	44 Ru	2. 8. 18. 15. 1	101,1	96(5,68 %), 98(2,22 %), 99(12,81 %), 100(12,70 %), 101(16,98 %), 102(31,34 %), 104(18,27 %)

M = średnia masa atomowa. W tablicy podano występujące w przyrodzie izotopy pierwiastków chemicznych. W przypadku gdy pierwiastek w przyrodzie w ogóle nie występuje, lecz został sztucznie wytworzony, podano jedynie (w nawiasie w kolumnie M) liczbę masową najtrwalszego izotopu.

Masy atomowe izotopów są zaokrąglone do liczb całkowitych (liczby masowe), izotopy promieniotwórcze zaznaczono kursywą.

Tab. 50. Pierwiastki chemiczne i ich naturalne izotopy

Nazwa polska łacińska	Z	Rozmiesz- czenie elektronów	M	Izotopy
Rod <i>Rhodium</i>	45 Rh	2. 8. 18. 16. 1	102,91	103(100 %)
Pallad <i>Palladium</i>	46 Pd	2. 8. 18. 18. 0	106,7	102(0,8 %), 104(9,3 %), 105(22,6 %), 106(27,1 %), 108(26,7 %), 110(13,5 %)
Srebro <i>Argentum</i>	47 Ag	2. 8. 18. 18. 1	107,880	107(51,35 %), 109(48,65 %)
Kadm <i>Cadmium</i>	48 Cd	2. 8. 18. 18. 2	112,41	106(1,22 %), 108(0,97 %), 110(12,35 %), 111(12,78 %), 112(24,00 %), 113(12,30 %), 114(28,75 %), 116(7,63 %)
Ind <i>Indium</i>	49 In	2. 8. 18. 18. 3	114,76	113(4,23 %), 115(95,77 %)
Cyna <i>Stannum</i>	50 Sn	2. 8. 18. 18. 4	118,70	112(0,91 %), 114(0,61 %), 115(0,35 %), 116(14,07 %), 117(7,54 %), 118(23,98 %), 119(8,62 %), 120(33,03 %), 122(4,78 %), 124(6,11 %)
Antymon <i>Stibium</i>	51 Sb	2. 8. 18. 18. 5	121,76	121(57,25 %), 123(42,75 %)
Telur <i>Tellurium</i>	52 Te	2. 8. 18. 18. 6	127,61	120(0,09 %), 122(2,32 %), 123(0,88 %), 124(4,51 %), 125(6,99 %), 126(18,53 %), 128(32,57 %), 130(34,11 %)
Jod <i>Jodum</i>	53 J	2. 8. 18. 18. 7	126,91	127(100 %)
Ksenon <i>Xenon</i>	54 Xe	2. 8. 18. 18. 8	131,3	124(0,096 %), 126(0,090 %), 128(1,919 %), 129(26,44 %), 130(4,075 %), 131(21,18 %), 132(26,89 %), 134(10,44 %), 136(8,87 %)
Cez <i>Caesium</i>	55 Cs	2. 8. 18. 18. 8. 1	132,91	133(100 %)
Bar <i>Barium</i>	56 Ba	2. 8. 18. 18. 8. 2	137,36	130(0,102 %), 132(0,098 %), 134(2,42 %), 135(6,59 %), 136(7,81 %), 137(11,32 %), 138(71,66 %)
Lantan <i>Lanthanum</i>	57 La	2. 8. 18. 18. 9. 2	138,92	138(0,089 %), 139(99,911 %)
Cer <i>Cerium</i>	58 Ce	2. 8. 18. 19. 9. 2	140,13	136(0,19 %), 138(0,25 %), 140(88,49 %), 142(11,07 %)
Prazeodym <i>Praseodymium</i>	59 Pr	2. 8. 18. 20. 9. 2	140,92	141(100 %)
Neodym <i>Neodymium</i>	60 Nd	2. 8. 18. 21. 9. 2	144,27	142(27,13 %), 143(12,20 %), 144(23,87 %), 145(8,30 %), 146(17,18 %), 148(5,72 %), 150(5,60 %)
Promet <i>Promethium</i>	61 Pm	2. 8. 18. 22. 9. 2 (146)		
Samar <i>Samarium</i>	62 Sm	2. 8. 18. 23. 9. 2	150,43	144(3,16 %), 147(15,07 %), 148(11,27 %), 149(13,87 %), 150(7,47 %), 152(26,63 %), 154(22,53 %)
Europ <i>Europium</i>	63 Eu	2. 8. 18. 24. 9. 2	152,0	151(47,77 %), 153(52,23 %)

Tab. 50. Pierwiastki chemiczne i ich naturalne izotopy

Nazwa polska łacińska		Z	Rozmiesz- czenie elektronów	M	Izotopy
Gadolin	<i>Gadolinium</i>	64 Gd	2. 8. 18. 25. 9. 2	156,9	152(0,20 %), 154(2,16 %), 155(14,68 %), 156(20,36 %), 157(15,64 %), 158(24,95 %), 160(22,01 %)
Terb	<i>Terbium</i>	65 Tb	2. 8. 18. 26. 9. 2	158,93	159(100 %)
Dysproz	<i>Dysprosium</i>	66 Dy	2. 8. 18. 27. 9. 2	162,46	156(0,0525 %), 158(0,0905 %), 160(2,297 %), 161(18,88 %), 162(25,53 %), 163(24,97 %), 164(28,18 %)
Holm	<i>Holmium</i>	67 Ho	2. 8. 18. 28. 9. 2	164,94	165(100 %)
Erb	<i>Erbium</i>	68 Er	2. 8. 18. 29. 9. 2	167,2	162(0,14 %), 164(1,56 %), 166(33,41 %), 167(22,94 %), 168(27,07 %), 170(14,88 %)
Tul	<i>Thulium</i>	69 Tm	2. 8. 18. 30. 9. 2	168,94	169(100 %)
Iterb	<i>Ytterbium</i>	70 Yb	2. 8. 18. 31. 9. 2	173,04	168(0,13 %), 170(3,03 %), 171(14,27 %), 172(21,77 %), 173(16,08 %), 174(31,92 %), 176(12,80 %)
Lutet	<i>Lutetium</i>	71 Lu	2. 8. 18. 32. 9. 2	174,99	175(97,40 %), 176(2,60 %)
Hafn	<i>Hafnium</i>	72 Hf	2. 8. 18. 32. 10. 2	178,6	174(0,18 %), 176(5,30 %), 177(18,47 %), 178(27,10 %), 179(13,84 %), 180(35,11 %)
Tantal	<i>Tantalum</i>	73 Ta	2. 8. 18. 32. 11. 2	180,95	181(100 %)
Wolfram	<i>Wolframium</i>	74 W	2. 8. 18. 32. 12. 2	183,92	180(0,126 %), 182(26,31 %), 183(14,28 %), 184(30,68 %), 186(28,6 %)
Ren	<i>Rhenium</i>	75 Re	2. 8. 18. 32. 13. 2	186,31	185(37,07 %), 187(62,93 %)
Osm	<i>Osmium</i>	76 Os	2. 8. 18. 32. 14. 2	190,2	184(0,018 %), 186(1,582 %), 187(1,64 %), 188(13,27 %), 189(16,14 %), 190(26,38 %), 192(40,97 %)
Iryd	<i>Iridium</i>	77 Ir	2. 8. 18. 32. 15. 2	193,1	191(38,5 %), 193(61,5 %)
Platyna	<i>Platinum</i>	78 Pt	2. 8. 18. 32. 17. 1	195,23	190(0,012 %), 192(0,8 %), 194(30,2 %), 195(35,2 %), 196(26,6 %), 198(7,2 %)
Złoto	<i>Aurum</i>	79 Au	2. 8. 18. 32. 18. 1	197,2	197(100 %)
Rtęć	<i>Hydrargyrum</i>	80 Hg	2. 8. 18. 32. 18. 2	200,61	196(0,14 %), 198(10,02 %), 199(16,84 %), 200(23,13 %), 201(13,22 %), 202(29,80 %), 204(6,85 %)
Tal	<i>Thallium</i>	81 Tl	2. 8. 18. 32. 18. 3	204,39	203(29,46 %), 205(70,54 %) AcC'' 207, ThC'' 208, RaC'' 210

Tab. 50. Pierwiastki chemiczne i ich naturalne izotopy

Nazwa polska łacińska		Z	Rozmiesz- czenie elektronów	M	Izotopy
Olów	<i>Plumbum</i>	82 Pb	2. 8. 18. 32. 18. 4	207,21	202(ok. 0,0004 %), 204(1,36 %), 206(25,15 %), 207(21,11 %), 208(52,38 %), RaD 210, AcB 211, ThB 212, RaB 214
Bizmut	<i>Bismuthum</i>	83 Bi	2. 8. 18. 32. 18. 5	209,00	209(100 %), RaE 210, AcC 211, ThC 212, RaC 214
Polon	<i>Polonium</i>	84 Po	2. 8. 18. 32. 18. 6	(210)	Po 210, AcC' 211, ThC' 212, RaC' 214, AcA 215, ThA 216, RaA 218
Astat	<i>Astatine</i>	85 At	2. 8. 18. 32. 18. 7	(210)	215, 216, 218
Radon *)	<i>Radon</i>	86 Rn	2. 8. 18. 32. 18. 8	(222)	An 219, Tn 220, Rn 222
Frans	<i>Francium</i>	87 Fr	2. 8. 18.32.18.8.1	(223)	(AcK) 223
Rad	<i>Radium</i>	88 Ra	2. 8. 18.32.18.8.2	226,05	AcX 223, ThX 224, Ra 226, MsTh ₁ 228
Aktyn	<i>Actinium</i>	89 Ac	2. 8. 18.32.18.9.2	227,05	Ac 227, MsTh ₂ 228
Tor	<i>Thorium</i>	90 Th	2. 8. 18.32.19.9.2	232,05	RdAc 227, RdTh 228, Io 230, UY 231, Th 232, UX ₁ 234
Protaktyn	<i>Protactinium</i>	91 Pa	2. 8. 18.32.20.9.2	231	Pa 231, UX ₂ 234, UZ 234
Uran	<i>Uranium</i>	92 U	2. 8. 18.32.21.9.2	238,07	U ₁₁ 234 (0,006 %) AcU 235 (0,720 %) U ₁ 238 (99,274 %)
Neptun	<i>Neptunium</i>	93 Np	2. 8. 18.32.22.9.2	(237)	
Pluton	<i>Plutonium</i>	94 Pu	2. 8. 18.32.23.9.2	(242)	
Ameryk	<i>Americium</i>	95 Am	2. 8. 18.32.24.9.2	(243)	
Kiur	<i>Curium</i>	96 Cm	2. 8. 18.32.25.9.2	(245)	
Berkel	<i>Berkelium</i>	97 Bk	2. 8. 18.32.26.9.2	(249)	
Kaliforn	<i>Californium</i>	98 Cf	2. 8. 18.32.27.9.2	(250)	
Einstein	<i>Einsteinium</i>	99 E	2. 8. 18.32.28.9.2		
Ferm	<i>Fermium</i>	100 Fm	2. 8. 18.32.29.9.2		
Mendelew	<i>Mendelevium</i>	101Mv	2. 8. 18.32.30.9.2		

*) Inna nazwa radonu: Emanacja (Em) lub Niton (Nt).

Tab. 51. Główne dane o układzie słonecznym

	Promień równika w sto- sunku do ziem- skiego	Spła- szcze- nie $\frac{a-b}{a}$	Objętość w sto- sunku do Ziemi	Masa w stosunku do Słońca	do Ziemi	Gęstość średnia $\frac{g}{cm^3}$	Przyspieszenie na równiku (ziemskie = 1)	Srednia odległość (miliony km) od Słońca	Mimo- śród (1950 r.)	Nachyle- nie toru względ- em ekli- ptyki (1950 r.)	Czas obiegu gwiazdowy: lata i dni kowie i dni średnie	Czas obrotu dokoła osi	Ilość księżyców
Merkury ☿	0,403		0,07	$\frac{1}{9\ 000\ 000}$	0,037	3,1	0,23	58	0,2056	7,004	87 ^d 9693	?	—
Wenus ♀	0,989		0,97	$\frac{1}{403\ 000}$	0,826	4,7	0,85	108	0,0068	3,394	224 ^d 7008	?	—
Ziemia ♂	1	$\frac{1}{298}$	1	$\frac{1}{333\ 400}$	1	5,52	1	150	0,0167	*	1 ^{a0} 0146	23 ^h 56 ^m 04 ^s	1
Mars ♂	0,538	$\frac{1}{190}$	0,15	$\frac{1}{3\ 090\ 000}$	0,108	3,85	0,37	228	0,0934	1,850	1 ^a 321 ^d 742	24 ^h 37 ^m 23 ^s	2
Jowisz ♃	11,26	$\frac{1}{16,4}$	1345	$\frac{1}{1050}$	318,36	1,31	2,51	778	0,0484	1,306	11 ^a 314 ^d 912	$\begin{cases} 9^h51^m \\ 9^h56^m \end{cases}$	12
Saturn ♄	9,45	$\frac{1}{10,4}$	767	$\frac{1}{3500}$	95,22	0,68	1,07	1426	0,0557	2,490	29 ^a 167 ^d 17	$\begin{cases} 10^h14^m \\ 10^h38^m \end{cases}$	9
Uran ♅	4,19	$\frac{1}{18}$	74	$\frac{1}{22\ 900}$	14,58	1,09	0,83	2868	0,0472	0,773	84 ^a 5 ^d 59	10 ^h 15 ^m	5
Neptun ♆	3,89	$\frac{1}{45}$	59	$\frac{1}{19\ 300}$	17,26	1,61	1,14	4494	0,0086	1,774	164 ^a 287 ^d 9	15 ^h 40 ^m	2
Pluton ♇	0,46		0,10	$\frac{1}{337\ 000}$	0,99	56	4,7	5900	0,2485	17,143	247 ^a 254 ^d	?	—
Słońce ☉	109,3		1 306 000	1	333 400	1,41	27,41	—	—	†)	—	$\begin{cases} 25^d \\ 34^d \end{cases}$	—
Księżyc ☾	0,272		0,020	$\frac{1}{27\ 100\ 000}$	$\frac{1}{81,27}$	3,34	0,166	**)	0,0549	***)	****)	27 ^d 07 ^h 43 ^m 12 ^s	—

*) Średnie nachylenie ekliptyki do równika na r. 1950 wynosi 23°26'45".

**) Średnia odległość Księżyca od Ziemi: 0,385 mil. km.

***) Czas obiegu Księżyca koło Ziemi jest ten sam, co czas obrotu jego dokoła osi.

****) Nachylenie orbity Księżyca do ekliptyki zmienia się w granicach od 5°00' do 5°18'.

†) Nachylenie równika Słońca do ekliptyki: 7°15'.

Czas obrotu Jowisza, Saturna i Słońca dokoła osi jest różny dla różnych punktów na powierzchni tych ciał; podane liczby wskazują granice, między którymi zawiera się czas obrotu punktów położonych na Jowiszu, Saturnie i Słońcu w różnych szerokościach.

Tab. 52. Tablice słoneczne na r. 1950

o północy czasu uniwersalnego (Greenwich)

δ = deklinacja Słońca, τ = równanie czasu = (czas prawdziwy) — (czas średni)

Data	Styczeń		Luty		Marzec		Kwiecień		Maj		Czerwiec	
	δ	τ	δ	τ	δ	τ	δ	τ	δ	τ	δ	τ
1	-23°04'	-3 ^m 14 ^s	-17°19'	-13 ^m 34 ^s	-7°53'	-12 ^m 38 ^s	+4°14'	-4 ^m 12 ^s	+14°50'	+2 ^m 50 ^s	+21°57'	+2 ^m 27 ^s
2	-22 59	-3 43	-17 02	-13 42	-7 30	-12 26	+4 37	-3 54	+15 08	+2 57	+22 05	+2 18
3	-22 54	-4 11	-16 45	-13 50	-7 07	-12 14	+5 00	-3 36	+15 26	+3 05	+22 13	+2 09
4	-22 48	-4 38	-16 27	-13 56	-6 44	-12 01	+5 23	-3 18	+15 44	+3 11	+22 21	+1 59
5	-22 42	-5 06	-16 10	-14 02	-6 21	-11 48	+5 46	-3 01	+16 02	+3 17	+22 28	+1 49
6	-22 36	-5 32	-15 51	-14 07	-5 58	-11 34	+6 09	-2 43	+16 19	+3 23	+22 34	+1 39
7	-22 28	-5 59	-15 33	-14 11	-5 35	-11 20	+6 32	-2 26	+16 36	+3 27	+22 41	+1 28
8	-22 21	-6 25	-15 14	-14 14	-5 12	-11 06	+6 54	-2 09	+16 52	+3 32	+22 47	+1 17
9	-22 13	-6 50	-14 55	-14 17	-4 48	-10 51	+7 17	-1 52	+17 09	+3 35	+22 52	+1 06
10	-22 05	-7 15	-14 36	-14 19	-4 25	-10 36	+7 39	-1 35	+17 25	+3 39	+22 57	+0 54
11	-21 56	-7 40	-14 17	-14 20	-4 01	-10 21	+8 01	-1 19	+17 41	+3 41	+23 02	+0 42
12	-21 46	-8 04	-13 57	-14 20	-3 38	-10 05	+8 24	-1 03	+17 56	+3 43	+23 06	+0 30
13	-21 37	-8 27	-13 37	-14 20	-3 14	-9 49	+8 46	-0 47	+18 11	+3 44	+23 10	+0 18
14	-21 27	-8 50	-13 17	-14 18	-2 51	-9 33	+9 07	-0 32	+18 26	+3 45	+23 14	+0 05
15	-21 16	-9 12	-12 57	-14 17	-2 27	-9 16	+9 29	-0 17	+18 41	+3 45	+23 17	-0 07
16	-21 05	-9 33	-12 36	-14 14	-2 03	-8 59	+9 50	-0 02	+18 55	+3 45	+23 19	-0 20
17	-20 54	-9 54	-12 15	-14 10	-1 39	-8 42	+10 12	+0 13	+19 09	+3 44	+23 22	-0 33
18	-20 42	-10 14	-11 54	-14 06	-1 16	-8 25	+10 33	+0 27	+19 23	+3 42	+23 24	-0 46
19	-20 30	-10 34	-11 33	-14 02	-0 52	-8 08	+10 54	+0 40	+19 36	+3 40	+23 25	-0 59
20	-20 18	-10 52	-11 12	-13 56	-0 28	-7 50	+11 15	+0 53	+19 49	+3 38	+23 26	-1 12
21	-20 05	-11 10	-10 50	-13 50	-0 05	-7 32	+11 35	+1 06	+20 02	+3 34	+23 27	-1 25
22	-19 51	-11 27	-10 29	-13 43	+0 19	-7 14	+11 56	+1 19	+20 14	+3 31	+23 27	-1 38
23	-19 38	-11 44	-10 07	-13 35	+0 43	-6 56	+12 16	+1 31	+20 26	+3 26	+23 27	-1 51
24	-19 24	-11 59	-9 45	-13 27	+1 07	-6 38	+12 36	+1 42	+20 37	+3 22	+23 26	-2 04
25	-19 09	-12 14	-9 23	-13 19	+1 30	-6 20	+12 56	+1 53	+20 49	+3 16	+23 25	-2 17
26	-18 55	-12 28	-9 01	-13 09	+1 54	-6 02	+13 16	+2 04	+20 59	+3 11	+23 24	-2 30
27	-18 40	-12 41	-8 38	-12 59	+2 17	-5 44	+13 35	+2 14	+21 10	+3 05	+23 22	-2 43
28	-18 24	-12 53	-8 16	-12 49	+2 41	-5 25	+13 54	+2 24	+21 20	+2 58	+23 19	-2 55
29	-18 08	-13 05			+3 04	-5 07	+14 13	+2 33	+21 30	+2 51	+23 17	-3 07
30	-17 52	-13 15			+3 28	-4 49	+14 32	+2 42	+21 39	+2 43	+23 14	-3 19
31	-17 36	-13 25			+3 51	-4 30			+21 48	+2 35		

Tab. 53. Czas gwiazdowy o północy czasu uniwersalnego na r. 1950

Θ = czas gwiazdowy o północy czasu uniwersalnego (Greenwich)

Data	Styczeń Θ	Luty Θ	Marzec Θ	Kwiecień Θ	Maj Θ	Czerwiec Θ
1	6 ^h 40 ^m 18 ^s	8 ^h 42 ^m 31 ^s	10 ^h 32 ^m 55 ^s	12 ^h 35 ^m 08 ^s	14 ^h 33 ^m 25 ^s	16 ^h 35 ^m 38 ^s
6	7 00 01	9 02 14	10 52 38	12 54 51	14 53 07	16 55 21
11	7 19 44	9 21 57	11 12 20	13 14 34	15 12 50	17 15 03
16	7 39 26	9 41 40	11 32 03	13 34 16	15 32 33	17 34 46
21	7 59 09	10 01 22	11 51 46	13 53 59	15 52 16	17 54 29
26	8 18 52	10 21 05	12 11 29	14 13 42	16 11 59	18 14 12
31	8 38 35		12 31 11		16 31 41	
Poprawka na r. 1948 1949 1950 1951 1952 1953 1954 1955 1956						
k dni + 0,484 + 0,242 0 — 0,248 + 0,516 + 0,273 + 0,031 — 0,211 + 0,547						

Tab. 52. Tablice słoneczne na r. 1950

o północy czasu uniwersalnego (Greenwich)

 δ = deklinacja Słońca, τ = równanie czasu = (czas prawdziwy) — (czas średni)

Data	Lipiec		Sierpień		Wrzesień		Październik		Listopad		Grudzień	
	δ	τ	δ	τ	δ	τ	δ	τ	δ	τ	δ	τ
1	+23°10'	-3 ^m 31 ^s	+18°14'	-6 ^m 17 ^s	+8°35'	-0 ^m 15 ^s	-2°53'	+10 ^m 01 ^s	-14°11'	+16 ^m 21 ^s	-21°41'	+11 ^m 16 ^s
2	+23 06	-3 43	+17 59	-6 13	+8 13	+0 03	-3 16	+10 21	-14 30	+16 23	-21 51	+10 54
3	+23 02	-3 54	+17 43	-6 09	+7 51	+0 23	-3 39	+10 40	-14 49	+16 24	-22 00	+10 31
4	+22 57	-4 05	+17 28	-6 04	+7 29	+0 42	-4 02	+10 59	-15 08	+16 24	-22 08	+10 08
5	+22 52	-4 16	+17 12	-5 59	+7 07	+1 02	-4 26	+11 17	-15 27	+16 23	-22 16	+9 43
6	+22 47	-4 26	+16 56	-5 53	+6 45	+1 21	-4 49	+11 35	-15 45	+16 22	-22 24	+9 19
7	+22 41	-4 37	+16 39	-5 47	+6 22	+1 42	-5 12	+11 53	-16 03	+16 19	-22 32	+8 53
8	+22 34	-4 46	+16 23	-5 40	+6 00	+2 02	-5 35	+12 10	-16 21	+16 16	-22 38	+8 28
9	+22 28	-4 56	+16 06	-5 33	+5 37	+2 22	-5 58	+12 27	-16 38	+16 12	-22 45	+8 01
10	+22 21	-5 05	+15 48	-5 24	+5 15	+2 43	-6 21	+12 43	-16 56	+16 07	-22 51	+7 35
11	+22 13	-5 14	+15 31	-5 16	+4 52	+3 04	-6 43	+12 59	-17 12	+16 01	-22 56	+7 07
12	+22 05	-5 22	+15 13	-5 07	+4 29	+3 24	-7 06	+13 15	-17 29	+15 55	-23 01	+6 40
13	+21 57	-5 30	+14 55	-4 57	+4 06	+3 45	-7 29	+13 30	-17 45	+15 47	-23 06	+6 12
14	+21 49	-5 37	+14 37	-4 46	+3 43	+4 06	-7 51	+13 44	-18 02	+15 39	-23 10	+5 43
15	+21 40	-5 44	+14 19	-4 36	+3 20	+4 28	-8 13	+13 58	-18 17	+15 30	-23 14	+5 15
16	+21 30	-5 51	+14 00	-4 24	+2 57	+4 49	-8 36	+14 12	-18 33	+15 20	-23 17	+4 46
17	+21 21	-5 57	+13 41	-4 12	+2 34	+5 10	-8 58	+14 25	-18 48	+15 10	-23 20	+4 17
18	+21 10	-6 02	+13 22	-4 00	+2 11	+5 31	-9 20	+14 37	-19 03	+14 58	-23 22	+3 48
19	+21 00	-6 07	+13 03	-3 47	+1 48	+5 53	-9 42	+14 49	-19 17	+14 46	-23 24	+3 18
20	+20 49	-6 11	+12 43	-3 33	+1 24	+6 14	-10 03	+15 00	-19 31	+14 32	-23 25	+2 48
21	+20 38	-6 15	+12 23	-3 19	+1 01	+6 35	-10 25	+15 10	-19 45	+14 18	-23 26	+2 19
22	+20 27	-6 18	+12 03	-3 04	+0 38	+6 57	-10 46	+15 20	-19 58	+14 04	-23 27	+1 49
23	+20 15	-6 21	+11 43	-2 49	+0 14	+7 18	-11 08	+15 29	-20 11	+13 48	-23 27	+1 19
24	+20 03	-6 22	+11 23	-2 34	-0 09	+7 39	-11 29	+15 38	-20 24	+13 32	-23 26	+0 49
25	+19 50	-6 24	+11 02	-2 18	-0 32	+8 00	-11 50	+15 46	-20 36	+13 15	-23 25	+0 20
26	+19 37	-6 25	+10 42	-2 02	-0 56	+8 20	-12 10	+15 53	-20 48	+12 57	-23 24	-0 10
27	+19 24	-6 25	+10 21	-1 45	-1 19	+8 41	-12 31	+16 00	-20 59	+12 38	-23 22	-0 40
28	+19 11	-6 24	+10 00	-1 28	-1 43	+9 01	-12 51	+16 05	-21 10	+12 19	-23 20	-1 09
29	+18 57	-6 23	+9 39	-1 10	-2 06	+9 22	-13 12	+16 10	-21 21	+11 59	-23 17	-1 39
30	+18 43	-6 22	+9 18	-0 52	-2 29	+9 42	-13 31	+16 15	-21 31	+11 38	-23 13	-2 08
31	+18 28	-6 19	+8 56	-0 34			-13 51	+16 18			-23 10	-2 37

Tab. 53. Czas gwiazdowy o północy czasu uniwersalnego na r. 1950

 Θ = czas gwiazdowy o północy czasu uniwersalnego (Greenwich)

Data	Lipiec Θ		Sierpień Θ		Wrzesień Θ		Październik Θ		Listopad Θ		Grudzień Θ	
1	18 ^h	33 ^m 55 ^s	20 ^h	36 ^m 08 ^s	22 ^h	38 ^m 21 ^s	0 ^h	36 ^m 38 ^s	2 ^h	38 ^m 51 ^s	4 ^h	37 ^m 08 ^s
6	18 53	37	20 55	51	22 58	04	0 56	21	2 58	34	4 56	50
11	19 13	20	21 15	33	23 17	47	1 16	03	3 18	16	5 16	33
16	19 33	03	21 35	16	23 37	29	1 35	46	3 37	59	5 36	16
21	19 52	46	21 54	59	23 57	12	1 55	29	3 57	42	5 55	59
26	20 12	29	22 14	42	0	16 55	2 15	12	4 17	25	6 15	42
31	20 32	11	22 34	25			2 34	54			6 35	24
Poprawka na r. 1957												
k dni ... +0,305 +0,062 -0,180 +0,578 +0,336 +0,094 -0,148 +0,609 +0,367												

Tab. 54. **Gwiazdy** (miejsca średnie w r. 1950) α = rektascensja (wznoszenie proste) w godzinach i minutach gwiazdowych δ = deklinacja (zбочzenie): + północna, — południowa

** gwiazda podwójna

Gwiazdy	Wielkość	α	Precesja roczna	δ	Precesja roczna
α Kasjopei	2,1 ÷ 2,6	0 ^h 37,7 ^m	+ 0,06 ^m	+ 56° 16'	+ 0,3'
γ Kasjopei	1,6 ÷ 2,3	0 53,7	+ 0,06	+ 60 27	+ 0,3
α Małej Niedźwiedzicy (<i>Polaris</i>)	2,1	1 48,8	+ 0,65	+ 89 02	+ 0,3
β Perseusza (<i>Algol</i>)	2,2 ÷ 3,5	3 04,9	+ 0,07	+ 40 46	+ 0,2
α Perseusza	1,9	3 20,7	+ 0,07	+ 49 41	+ 0,2
α Byka (<i>Aldebaran</i>)	1,1	4 33,0	+ 0,06	+ 16 25	+ 0,1
β Oriona (<i>Rigel</i>)	0,3	5 12,1	+ 0,05	— 8 15	+ 0,1
α Woźnicy (<i>Capella</i>)	0,2	5 13,0	+ 0,07	+ 45 57	+ 0,1
γ Oriona	1,7	5 22,4	+ 0,05	+ 6 18	+ 0,1
β Byka	1,8	5 23,1	+ 0,06	+ 28 34	+ 0,1
ϵ Oriona	1,8	5 33,7	+ 0,05	— 1 14	0,0
α Oriona (<i>Betelgeuse</i>)	0,1 ÷ 1,2	5 52,5	+ 0,05	+ 7 24	0,0
β Woźnicy	2,1	5 55,9	+ 0,07	+ 44 57	0,0
β Wielkiego Psa	2,0	6 20,5	+ 0,04	— 17 56	0,0
γ Bliźniąt	1,9	6 34,8	+ 0,06	+ 16 27	— 0,1
α Wielkiego Psa (<i>Sirius</i>) ** ..	— 1,6	6 42,9	+ 0,04	— 16 39	— 0,1
ϵ Wielkiego Psa	1,6	6 56,7	+ 0,04	— 28 54	— 0,1
δ Wielkiego Psa	2,0	7 06,4	+ 0,04	— 26 19	— 0,1
α Bliźniąt (<i>Castor</i>) **	1,6	7 31,4	+ 0,06	+ 32 00	— 0,1
α Małego Psa (<i>Procyon</i>) ** ..	0,5	7 36,7	+ 0,05	+ 5 21	— 0,2
β Bliźniąt (<i>Pollux</i>)	1,2	7 42,3	+ 0,06	+ 28 09	— 0,1
α Lwa (<i>Regulus</i>)	1,3	10 05,7	+ 0,05	+ 12 13	— 0,3
α Wielkiej Niedźwiedzicy	2,0	11 00,7	+ 0,06	+ 62 01	— 0,3
ϵ Wielkiej Niedźwiedzicy	1,7	12 51,8	+ 0,04	+ 56 14	— 0,3
α Panny (<i>Spica</i> = <i>Kłos</i>)	1,2	13 22,6	+ 0,05	— 10 54	— 0,3
η Wielkiej Niedźwiedzicy	1,9	13 45,6	+ 0,04	+ 49 34	— 0,3
α Wolarza (<i>Arcturus</i>)	0,2	14 13,4	+ 0,05	+ 19 27	— 0,3
α Skorpiona (<i>Antares</i>)	1,2	16 26,3	+ 0,06	— 26 19	— 0,1
λ Skorpiona	1,7	17 30,2	+ 0,07	— 37 04	0,0
α Wężownika	2,1	17 32,6	+ 0,05	+ 12 36	0,0
ϵ Strzelca	2,0	18 20,9	+ 0,07	— 34 25	0,0
α Lutni (<i>Vega</i>)	0,1	18 35,2	+ 0,03	+ 38 44	+ 0,1
σ Strzelca	2,1	18 52,2	+ 0,06	— 26 22	+ 0,1
α Orła (<i>Altair</i>)	0,9	19 48,3	+ 0,05	+ 8 44	+ 0,2
α Łabędzia (<i>Deneb</i>)	1,3	20 39,7	+ 0,03	+ 45 06	+ 0,2
α Ryby Połudn. (<i>Fomalhaut</i>) ..	1,3	22 54,9	+ 0,06	— 29 53	+ 0,3

Tab. 55. **Refrakcja astronomiczna**Przy + 10° C i ciśnieniu 760 mm dla gwiazd, których wysokość $h > 20^\circ$:

$$r = 58'' \cdot \operatorname{ctg} h$$

Refrakcja maleje przy wzroście temperatury, np. $r_{+30} = 0,93 \cdot r_{+10}$ „ rośnie „ „ ciśnienia, np. $r_{700} = 0,921 \cdot r_{760}$

WZORY MATEMATYCZNE

Liczby względne

Założenie:

a, b, c oznaczają liczby bezwzględne.
Jeżeli a jest liczbą bezwzględną odmienną od zera, to

$+a$ jest liczbą dodatnią, $+a > 0$,
 $-a$ jest liczbą ujemną, $-a < 0$,
jeżeli zaś $a = 0$, to $+a = -a = 0$.

Prawo znaków:

$$+(+a) = +a = a, \quad +(-a) = -a, \\ -(-a) = +a = a, \quad -(+a) = -a.$$

Dodawanie:

$$\begin{aligned} (+a) + (+b) &= +(a+b) \\ (-a) + (-b) &= -(a+b) \\ (+a) + (-b) &= +(a-b), \text{ gdy } a > b \\ (-b) + (+a) &= -(b-a), \text{ gdy } a < b \\ (+a) + (-b) &= -(b-a), \text{ gdy } a < b \\ (-b) + (+a) &= -(b-a), \text{ gdy } a < b \\ (+a) + (-a) &= 0 \quad (+a) + 0 = +a \\ (-a) + (+a) &= 0 \quad (-a) + 0 = -a \end{aligned}$$

Mnożenie:

$$\begin{aligned} (+a) \cdot (+b) &= +(a \cdot b) & 1 \cdot (+a) &= +a \\ (-a) \cdot (-b) &= +(a \cdot b) & 1 \cdot (-a) &= -a \\ (+a) \cdot (-b) &= -(a \cdot b) & 0 \cdot (+a) &= 0 \\ (-a) \cdot (+b) &= -(a \cdot b) & 0 \cdot (-a) &= 0 \end{aligned}$$

Założenie:

a, b, c oznaczają liczby względne.
Jeżeli a oznacza liczbę względną (dodatnią, ujemną lub zero), to
 $-a$ oznacza liczbę przeciwną, np.

jeżeli $a = +5$, to $-a = -5$,
jeżeli $a = -5$, to $-a = +5$,
jeżeli $a = 0$, to $-a = 0$.

Suma liczb wzajemnie przeciwnych:
 $(+a) + (-a) = 0$

Prawa znaków:

$$\begin{aligned} (+a) &= +a = a & (+a) \cdot (+b) &= +ab \\ -(-a) &= +a = a & (-a) \cdot (-b) &= +ab \\ -(+a) &= -a & (+a) \cdot (-b) &= -ab \\ -(-a) &= +a & (-a) \cdot (+b) &= -ab \end{aligned}$$

Prawa działań:

Łączność dodawania:
 $(a+b)+c = a+(b+c)$

Przemienność dodawania:

$$a+b = b+a$$

Moduł dodawania:

$$a+0 = 0+a = a$$

Monotonia dodawania:

jeżeli $x > y$, to $a+x > a+y$.

Łączność mnożenia:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Przemienność mnożenia:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Rozdzielność mnożenia względem dodawania:

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Moduł mnożenia:

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$$

Monotonia mnożenia:

jeżeli $a > 0$ i $x > y$, to $ax > ay$.

Założenie:

a, b, c oznaczają liczby względne.

Odejmowanie:

Równanie $a+x = b$ ma rozwiązanie:

$$x = b + (-a)$$

x nazywa się różnicą liczb b i a :

$$x = b - a$$

Reguła odejmowania:

$$b - a = b + (-a)$$

Jeżeli $a - b = r$, to $b + r = a$

$$\text{i } a - r = b.$$

$$a - 0 = a \quad a + (b + c) = a + b + c$$

$$0 - a = -a \quad a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - a = 0 \quad a + (b - c) = a + b - c$$

$$-a + a = 0 \quad a - (b - c) = a - b + c$$

Nierówności:

Jeżeli $a = b + x$ i $x > 0$, to $a > b$,

„ $a = b + x$ i $x < 0$, to $a < b$.

Jeżeli $a > b$, to $a - b > 0$,

„ $a < b$, to $a - b < 0$.

Jeżeli $a > b$, to $a + c > b + c$.

Jeżeli $a > b$ i $c > 0$, to $ac > bc$,

„ $a > b$ i $c < 0$, to $ac < bc$.

Jeżeli $a > b$ i $c > d$, to $a + c > b + d$.

Jeżeli $a > b > 0$, $c > d > 0$, to $ac > bd$.

Wartość bezwzględna liczby a :

Jeżeli $a \geq 0$, to $|a| = a$,

„ $a < 0$, to $|a| = -a$.

$$|ab| = |a| \cdot |b|$$

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

Jeżeli $|x| < \varepsilon$, to $-\varepsilon < x < \varepsilon$.

Jeżeli $|x-a| < \varepsilon$, to $a-\varepsilon < x < a+\varepsilon$.

Dzielenie:

Jeżeli $a \neq 0$, to równanie $ax = 1$ ma rozwiązanie $x = \frac{1}{a}$. Liczba x nazywa się odwrotnością liczby a .

Jeżeli $a \neq 0$, to równanie $ax = b$ ma rozwiązanie $x = b \cdot \frac{1}{a}$. Liczba x nazywa się ilorazem liczby b przez a .

Reguła dzielenia:

$$b : a = \frac{b}{a} = b \cdot \frac{1}{a}$$

W szczególności gdy $a \neq 0$, $b = 0$, to $\frac{b}{a} = 0$.

Jeżeli $a = 0$, $b \neq 0$, to równanie $ax = b$ nie ma rozwiązania i wyrażenie $\frac{b}{a}$ nie ma wartości liczbowej.

Jeżeli $a = 0$, $b = 0$, to rozwiązaniem równania $ax = b$ może być dowolna liczba i wyrażenie $\frac{b}{a}$ jest nieoznaczone.

$$\frac{a}{a} = 1 \text{ pod warunkiem, by } a \neq 0.$$

Ułamki

Zakładamy: $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0, m \neq 0$.

$$a \cdot \frac{b}{a} = b, \frac{a}{1} = a, \frac{ma}{m} = a, \frac{ma}{mb} = \frac{a}{b}, \frac{m}{mb} = \frac{1}{b},$$

$$m \cdot \frac{a}{b} = \frac{ma}{b}, \frac{a}{b} \cdot m = \frac{am}{b}, \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd},$$

$$\frac{a}{b} : m = \frac{a}{bm}, m : \frac{a}{b} = \frac{mb}{a}, \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc},$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd},$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}, \text{ gdy } ad > bc \text{ i } bd > 0 \text{ lub gdy } ad < bc \text{ i } bd < 0.$$

Proporcje

Równość $a : b = c : d$ albo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nazywa się proporcją; proporcja ta jest prawdziwa wtedy i tylko wtedy, gdy $ad = bc$.

W proporcji $a : b = c : x$ wyraz $x = \frac{bc}{a}$ nazywa się czwartą proporcjonalną liczb a, b, c .

$$\text{Jeżeli } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ to } \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}, \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}, \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

$$\text{Jeżeli } \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k, \text{ to } \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = \frac{a_1}{b_1} = k.$$

Równania stopnia pierwszego

$$\text{Jeżeli } a \neq 0 \text{ i } ax + b = 0, \text{ to } x = -\frac{b}{a}.$$

Układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ (gdzie przynajmniej jeden z iloczynów } a_1b_2 \text{ lub } a_2b_1 \text{ nie równa się zeru).}$$

Rozważamy wyznaczniki:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1, D_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1, D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1.$$

$$1) \text{ Jeżeli } D \neq 0, \text{ to } x = \frac{D_1}{D}, y = \frac{D_2}{D}.$$

2) Jeżeli $D = 0$ i $D_1 = 0$, to $D_2 = 0$, $a_1 : a_2 = b_1 : b_2 = c_1 : c_2$ i układ dwóch równań sprowadza się do jednego równania z dwiema niewiadomymi.

3) Jeżeli $D = 0$ i $D_1 \neq 0$, to $D_2 \neq 0$, $a_1 : a_2 = b_1 : b_2 \neq c_1 : c_2$ i układ równań jest sprzeczny (nie ma rozwiązań).

Dwa równania jednorodne z trzema niewiadomymi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \end{cases}$$

Rozważamy wyznaczniki:

$$D' = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = b_1c_2 - b_2c_1, D'' = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = c_1a_2 - c_2a_1, D''' = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

1) Jeżeli wyznaczniki D', D'', D''' nie są jednocześnie równe zeru, to

$$x : y : z = D' : D'' : D'''$$

2) Jeżeli $D' = D'' = D''' = 0$, to $a_1 : a_2 = b_1 : b_2 = c_1 : c_2$ i układ dwóch równań sprowadza się do jednego równania z trzema niewiadomymi.

Potęgi

Wykładniki całkowite (dodatnie, zero lub ujemne):

$a^1 = a$. Jeżeli n jest liczbą naturalną, to $a^{n+1} = a^n \cdot a$ (wzór rekurencyjny).

$$\begin{aligned} (+1)^n &= 1, & (-1)^n &= \begin{cases} +1, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą parzystą,} \\ -1, & \text{gdy } n \text{ jest liczbą nieparzystą.} \end{cases} \\ (+a)^n &= a^n, & (-a)^n &= (-1)^n \cdot a^n, & 0^n &= 0. \end{aligned}$$

Zakładamy: $a \neq 0$, n — liczba naturalna.

$a^0 = 1$. (Jeżeli $a = 0$, to symbol a^0 jest nieoznaczony).

$$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad \frac{b}{a} = b \cdot a^{-1}, \quad a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}.$$

Wykładniki ułamkowe i niewymierne:

Zakładamy: $a > 0$, m — dowolna liczba całkowita, n — liczba naturalna.

$$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}, \quad a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Jeżeli dany ciąg liczb wymiernych $\{m_i\}$ ma granicę $\lim_{i \rightarrow \infty} m_i = m$, to

$$a^m = \lim_{i \rightarrow \infty} a^{m_i}$$

Działania na potęgach

A) gdy $a \neq 0$, $b \neq 0$, m, n — dowolne liczby całkowite;

B) gdy $a > 0$, $b > 0$, m, n — dowolne liczby rzeczywiste:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}},$$

$$(ab)^m = a^m b^m, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Wielomiany

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 & (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= a^2 + (2a+b)b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b+c+d)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + 2ad + 2bd + 2cd + d^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ab+ac+bc+ad+bd+cd) \end{aligned}$$

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

Wzór ten wyraża związek między sumą, różnicą i iloczynem dwóch liczb a i b .

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

Wzór ten ułatwia obliczenie iloczynu ab przy pomocy tabeli kwadratów.

Jeżeli we wzorze

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

przyjmiemy $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$ i w miejsce m i n będziemy podstawiali takie liczby naturalne pierwsze względem siebie, by jedna z nich była parzysta, a druga nieparzysta, przy czym $m > n$, to liczby a, b, c będą bokami trójkątów pitagorejskich (czyli trójkątów prostokątnych o bokach wyrażonych liczbami naturalnymi), i to niepodobnych.

m	n	a	b	c
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	3	7	24	25
5	2	21	20	29
5	4	9	40	41
6	1	35	12	37
6	5	11	60	61

$$(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2)^2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1)^2 = \\ = (a_1 a_2 + b_1 b_2)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2$$

Jeżeli każdy z czynników jest sumą dwóch kwadratów liczb naturalnych, to iloczyn jest również sumą dwóch kwadratów liczb naturalnych.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \\ (a+b+c)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + c^3 \\ = a^3 + b^3 + c^3 + 3ab(a+b) + 3bc(b+c) + 3ca(c+a) + 6abc \\ a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Przy n parzystym:

$$\frac{a^n - b^n}{a + b} = a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a b^{n-2} - b^{n-1}, \\ \frac{a^n - b^n}{a - b} = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a b^{n-2} + b^{n-1},$$

natomiast $a^n + b^n$ nie jest podzielne ani przez $(a+b)$, ani przez $(a-b)$.

Przy n nieparzystym:

$$\frac{a^n + b^n}{a + b} = a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - a b^{n-2} + b^{n-1}, \\ \frac{a^n - b^n}{a - b} = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a b^{n-2} + b^{n-1},$$

natomiast $a^n - b^n$ nie dzieli się przez $(a+b)$ ani $a^n + b^n$ nie dzieli się przez $(a-b)$,

Wielomian $F(x)$ dzieli się przez $(x-a)$, gdy $F(a) = 0$.

Pierwiastki arytmetyczne

Zakładamy: $a > 0$, $b > 0$, m, n, p — liczby naturalne.

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, \quad (\sqrt{a})^2 = a,$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a, \quad \sqrt{a^2} = a, \quad \sqrt[4]{a} = \sqrt[2]{a}.$$

$$\sqrt[mn]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}, \text{ np. } \sqrt[6]{27} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{27}} = \sqrt{3}; \quad \sqrt[m]{a^{mp}} = a^p, \text{ np. } \sqrt[3]{a^6} = a^2;$$

$$\sqrt[mn]{a^m} = \sqrt[n]{a}, \text{ np. } \sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a}; \quad \sqrt[mn]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^p}, \text{ np. } \sqrt[12]{a^8} = \sqrt[3]{a^2};$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \text{ np. } \sqrt[3]{27a^6} = 3a^2; \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \text{ np. } \sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{ab^2} = \sqrt[3]{a^3b^3} = ab;$$

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[mn]{a^n b^m}, \text{ np. } \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^8} \cdot \sqrt[12]{a^3} = \sqrt[12]{a^{11}};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ np. } \sqrt[6]{\frac{a^2}{b^3}} = \frac{\sqrt[6]{a^2}}{\sqrt[6]{b^3}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[2]{b}}; \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \text{ np. } \frac{\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{ab^2}} = \sqrt[3]{\frac{a^2b}{ab^2}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}};$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[mn]{\frac{a^m}{b^n}}, \text{ np. } \frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[6]{6}} = \sqrt[6]{\frac{144}{216}} = \sqrt[6]{\frac{2}{3}}.$$

Włączanie pod pierwiastek: $a^p \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^{mp}b}$, np. $a^2 \sqrt{ab} = \sqrt{a^5b}$.

Pierwiastki z liczb ujemnych:

Zakładamy: $a < 0$, n — liczba naturalna nieparzysta.

$$\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{|a|}, \text{ np. } \sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}.$$

Pierwiastki kwadratowe:

Jeżeli $a \neq b$, to

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}, \text{ np. } \frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}, \text{ np. } \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}.$$

Jeżeli $a^2 - b = c^2$, to

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}, \text{ np. } \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}}, \text{ np. } \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{2} - 1.$$

Jeżeli $a > b > 0$, to

$$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{2}} = \sqrt{a + b},$$

$$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2}} - \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{2}} = \sqrt{a - b}.$$

Wzory przybliżone:

$$\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}, \text{ np. } \sqrt{103} = 10 + \frac{3}{20} = 10,15.$$

$$\sqrt{a^2 - b} = a - \frac{b}{2a}, \text{ np. } \sqrt{97} = 10 - \frac{3}{20} = 9,85.$$

$$\sqrt[3]{a^3 + b} = a + \frac{b}{3a^2}, \text{ np. } \sqrt[3]{128} = 5 + \frac{3}{75} = 5,04.$$

$$\sqrt[3]{a^3 - b} = a - \frac{b}{3a^2}, \text{ np. } \sqrt[3]{122} = 5 - \frac{3}{75} = 4,96.$$

$$\text{Jeżeli } a > b > 0, \text{ to } \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{7}{8}a + \frac{1}{2}b.$$

Gdy $b < a < 4b$, wzór ten daje przybliżenie z błędem mniejszym od 3% dokładnej wartości.

Wartości średnie

Wyrażenie $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ nazywa się średnią arytmetyczną liczb $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Proporcja $a : x = x : b$ nazywa się proporcją ciągłą, a wyraz $x = \sqrt{ab}$ (przy $a > 0$ i $b > 0$) nazywa się średnią geometryczną liczb a i b .

Jeżeli liczby $a_1, a_2, \dots, a_n$ są dodatnie, to wyrażenie $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$ nazywa się średnią geometryczną liczb $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Jeżeli $\frac{1}{h}$ jest średnią arytmetyczną liczb $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}$, to h nazywa się średnią harmoniczną liczb $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Dla dwóch liczb a i b średnia harmoniczna wyraża się wzorem

$$h = \frac{2ab}{a + b}$$

$$\text{Jeżeli } a \neq b, \text{ to } \frac{a + b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a + b}.$$

Równania stopnia drugiego

Równanie kwadratowe: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$. Wyróżnik $\Delta = b^2 - 4ac$.

1^o Jeżeli $\Delta > 0$, to $x = x'$ lub $x = x''$, gdzie $x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$:

$$x' + x'' = -\frac{b}{a}, \quad x' \cdot x'' = \frac{c}{a}, \quad x'' - x' = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'').$$

2^o Jeżeli $\Delta = 0$, to $x = x_0 = -\frac{b}{2a}$ i $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$.

3^o Jeżeli $\Delta < 0$, to równanie nie ma pierwiastków rzeczywistych.

Równanie kwadratowe normalne: $x^2 + px + q = 0$. Wyróżnik $\Delta = p^2 - 4q$.

1^o Jeżeli $\Delta > 0$, to $x = x'$ lub $x = x''$, gdzie $x' = \frac{-p - \sqrt{\Delta}}{2}$, $x'' = \frac{-p + \sqrt{\Delta}}{2}$:

$$x' + x'' = -p, \quad x' \cdot x'' = q, \quad x'' - x' = \sqrt{\Delta}, \quad x^2 + px + q = (x - x')(x - x'').$$

2^o Jeżeli $\Delta = 0$, to $x = x_0 = -\frac{p}{2}$ i $x^2 + px + q = (x - x_0)^2$.

3^o Jeżeli $\Delta < 0$, to równanie nie ma pierwiastków rzeczywistych.

Układ równań: $x + y = p$, $xy = q$. Jeżeli $\Delta = p^2 - 4q \geq 0$, to $x - y = \pm \sqrt{\Delta}$.

$$x = \frac{p - \sqrt{\Delta}}{2}, \quad y = \frac{p + \sqrt{\Delta}}{2} \quad \text{lub} \quad x = \frac{p + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad y = \frac{p - \sqrt{\Delta}}{2}.$$

Jeżeli zaś $\Delta < 0$, to układ nie ma rozwiązań rzeczywistych.

Układ równań: $x - y = p$, $xy = q$. Jeżeli $\Delta = p^2 + 4q \geq 0$, to $x + y = \pm \sqrt{\Delta}$.

$$x = \frac{p - \sqrt{\Delta}}{2}, \quad y = \frac{-p - \sqrt{\Delta}}{2} \quad \text{lub} \quad x = \frac{p + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad y = \frac{-p + \sqrt{\Delta}}{2}.$$

Jeżeli zaś $\Delta < 0$, to układ nie ma rozwiązań rzeczywistych.

Liczby zespolone

$i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, $i^{4n+p} = i^p$ (n, p — liczby całkowite)

Jeżeli $a + bi = 0$, to $a = 0$ i $b = 0$.

Jeżeli $a + bi = a' + b'i$, to $a = a'$ i $b = b'$.

Moduł liczby zespolonej: $|a + bi| = |a - bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Działania na liczbach zespolonych:

$$\begin{aligned} (a + bi) + (a' + b'i) &= (a + a') + (b + b')i, & (a + bi) + (a - bi) &= 2a, \\ (a + bi) - (a' + b'i) &= (a - a') + (b - b')i, & (a + bi) - (a - bi) &= 2bi, \\ (a + bi) \cdot (a' + b'i) &= (aa' - bb') + (ab' + a'b)i, & (a + bi) \cdot (a - bi) &= a^2 + b^2, \\ \frac{a + bi}{a'} &= \frac{a}{a'} + \frac{b}{a'}i, \quad (a' \neq 0); & \frac{a + bi}{a' + b'i} &= \frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} + \frac{a'b - ab'}{a'^2 + b'^2}i, \quad (b' \neq 0). \end{aligned}$$

Jeżeli $x^2 = a + bi$, gdzie $b > 0$,

$$\text{to } x = \pm \left[\sqrt{\frac{r+a}{2}} + \sqrt{\frac{r-a}{2}}i \right],$$

gdzie $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Jeżeli $x^2 = a - bi$, gdzie $b > 0$,

$$\text{to } x = \pm \left[\sqrt{\frac{r+a}{2}} - \sqrt{\frac{r-a}{2}}i \right],$$

gdzie $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Postać trygonometryczna liczby zespolonej

Jeżeli $r = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} \neq 0$, $\cos \Theta = \frac{a}{r}$, $\sin \Theta = \frac{b}{r}$,

to $a + bi = r [\cos (\Theta + 2k\pi) + i \sin (\Theta + 2k\pi)]$,

$a - bi = r [\cos (\Theta + 2k\pi) - i \sin (\Theta + 2k\pi)]$,

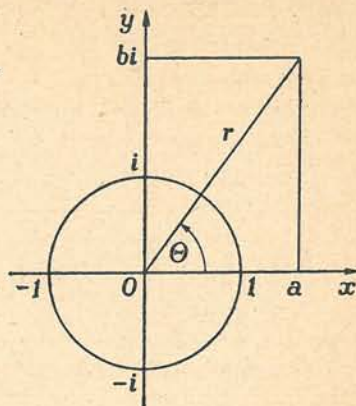
gdzie k — dowolna liczba całkowita.

Jeżeli

$u = r [\cos \Theta + i \sin \Theta]$, $u' = r' [\cos \Theta' + i \sin \Theta']$, $r \neq 0$, $r' \neq 0$,

to $uu' = rr' [\cos (\Theta + \Theta') + i \sin (\Theta + \Theta')]$,

$$\frac{u}{u'} = \frac{r}{r'} [\cos (\Theta - \Theta') + i \sin (\Theta - \Theta')].$$



Twierdzenie Moivre'a:

$$[r (\cos \Theta + i \sin \Theta)]^n = r^n (\cos n\Theta + i \sin n\Theta)$$

Jeżeli $x^n = r (\cos \Theta + i \sin \Theta)$, to $x = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\Theta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\Theta + 2k\pi}{n} \right)$,
gdzie $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$.

Równania dwumienne:

Jeżeli $x^n = 1$, to $x = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$, gdzie $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$.

Jeżeli $x^n = -1$, to $x = \cos \frac{(2k+1)\pi}{n} + i \sin \frac{(2k+1)\pi}{n}$, gdzie $k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$.

Logarytmy

Założenia: $a > 0$, $a \neq 1$; $b > 0$, $b \neq 1$; $x > 0$, $y > 0$.

1. Jeżeli $x = a^\lambda$, to $\lambda = \log_a x$. 2. $\log_a a^\lambda = \lambda$ 3. $x = a^{\log_a x}$

4. $\log_a 1 = 0$ 5. $\log_a a = 1$ 6. $\log_a x^k = k \cdot \log_a x$, (k — dowolne).

7. $\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$, (n — liczba naturalna).

8. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ 9. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Logarytmy dziesiętne, czyli zwyczajne:

Zamiast $\log_{10} x$ piszemy: $\log x$ (logarytm dziesiętny liczby x).

$$\log (x \cdot 10^n) = n + \log x, \quad \log \frac{x}{10^n} = -n + \log x$$

Jeżeli $x = x' \cdot 10^n$ i $1 \leq x' < 10$,

to n = cecha logarytmu liczby x , $\log x'$ = mantysa logarytmu liczby x .

Logarytmy naturalne:

Podstawa logarytmów naturalnych $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = 2,7182818284590\dots$

Zamiast $\log_e x$ piszemy: $\ln x$ (logarytm naturalny liczby x).

Zmiana podstawy logarytmów:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, \quad \log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

$\log x = M \cdot \ln x$, gdzie $M = \log e = 0,43429448\dots$

$\ln x = \frac{1}{M} \cdot \log x$, gdzie $\frac{1}{M} = \frac{1}{\log e} = 2,30258509\dots$

Postęp arytmetyczny

Wzór rekurencyjny: $a_{n+1} = a_n + d$. Wyraz ogólny: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Suma n wyrazów postępu arytmetycznego: $s_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = n \cdot \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}$

$$\sum_{x=1}^n x = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{x=p+1}^q x = (p+1) + (p+2) + \dots + (q-1) + q = \frac{(p+q+1)(q-p)}{2}$$

$$\sum_{x=1}^n (2x-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

Postępy arytmetyczne wyższych stopni

$$\sum_{x=1}^n x^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{x=1}^n x^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = (1+2+3+\dots+n)^2$$

Postęp geometryczny

Wzór rekurencyjny: $a_{n+1} = a_n q$. Wyraz ogólny: $a_n = a_1 q^{n-1}$.

Suma n wyrazów postępu geometrycznego: $s_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, ($q \neq 1$).

Jeżeli $|q| < 1$, to $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ i $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a_1}{1-q}$.

Procenty składane

Czynnik procentowy dla $p\%$: $r = 1 + \frac{p}{100}$

Kapitał po n okresach przy procencie składanym po $p\%$ na okres:

$$A_n = ar^n$$

Kapitał uskładany przez n okresów ratami b płatymi na początku okresu:

$$B_n = br \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Umorzenie długu przez n okresów ratami c płatymi w końcu okresu:

$$C_n = c \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Kombinatoryka

Silnia $n!$ Wzór rekurencyjny: $0! = 1$, $(n+1)! = (n+1) \cdot n!$

Wzór ogólny: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$

Symbol Newtona:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot r}, \quad 0 \leq r \leq n.$$

Własności symbolu Newtona:

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}, \quad \binom{n}{r+1} = \binom{n}{r} \cdot \frac{n-r}{r+1},$$

$$\binom{n+1}{r+1} = \binom{n}{r+1} + \binom{n}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} + \dots + \binom{n}{r}$$

Permutacje:

- a) Ilość przestawień z n różnych przedmiotów:

$$P_n = n!$$

- b) Ilość przestawień z n elementów w przypadku, kiedy jeden przedmiot występuje p razy, drugi przedmiot q razy, trzeci przedmiot r razy, a pozostałe przedmioty — po jednym razie:

$$\frac{n!}{p! q! r!}$$

Wariacje:

- a) Ilość rozmieszczeń z n przedmiotów branych po r na raz:

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$$

- b) Ilość rozmieszczeń z n przedmiotów branych po r z możliwością powtórzeń:

$$n^r$$

Kombinacje:

- a) Ilość połączeń z n przedmiotów branych po r na raz:

$$C_n^r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Rozmieszczenia n przedmiotów branych po r na raz otrzymuje się przez wykonanie wszystkich możliwych przestawień w każdym połączeniu z n przedmiotów branych po r na raz:

$$A_n^r = C_n^r \cdot P_r$$

- b) Ilość połączeń z n przedmiotów branych po r z możliwością powtórzeń:

$$C_n^{(r)} = C_{n+r-1}^{r-1} = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)! r!}$$

Rozwinięcie dwumianu Newtona

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n u_{r+1}, \text{ gdzie } u_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-2} a^2 b^{n-2} + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

Własności współczynników rozwinięcia dwumianu Newtona:

Jeżeli n jest liczbą parzystą, to

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots + \binom{n}{n} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots + \binom{n}{n-1}$$

Jeżeli n jest liczbą nieparzystą, to

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots + \binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots + \binom{n}{n}$$

Suma współczynników w rozwinięciu dwumianu Newtona:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

Trójkąt Pascala

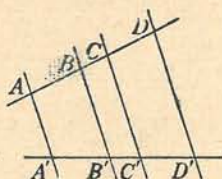
(współczynniki w rozwinięciach dwumianu Newtona różnych potęg):

$(a + b)^0$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
-------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PLANIMETRIA

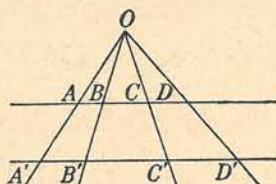
Odcinki proporcjonalne

Twierdzenie Talesa



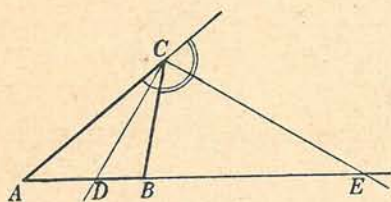
Układ prostych równoległych odcina na dwóch poprzecznych odcinki proporcjonalne:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$$



Pęk prostych odcina na dwóch poprzecznych równoległych odcinki proporcjonalne, a współczynnikiem proporcjonalności jest stały stosunek promieni wodzących:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = k = \frac{OA}{OA'}$$

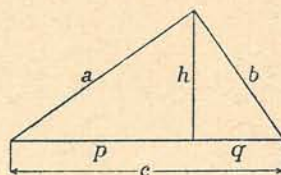


Dwusieczna kąta wewnętrznego w trójkącie i dwusieczna kąta do niego przyległego dzielą przeciwległy bok w stosunku wewnętrznym i zewnętrznym proporcjonalnie do dwóch boków pozostałych:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC} \quad \text{i} \quad \frac{AE}{EB} = \frac{AC}{BC}$$

Odcinki odwrotnie proporcjonalne

Trójkąt prostokątny



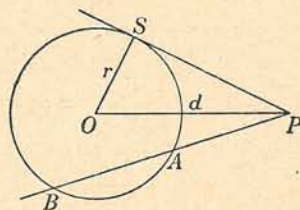
$$h^2 = pq.$$

$$a^2 = cp, \quad b^2 = cq,$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

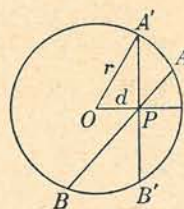
(twierdzenie Pitagorasa)

Cięciwy i sieczne w kole



Jeżeli z punktu leżącego zewnątrz okręgu poprowadzone są sieczne, to iloczyn każdej siecznej przez jej odcinek zewnętrzny jest stały i równa się kwadratowi stycznej do okręgu poprowadzonej z danego punktu:

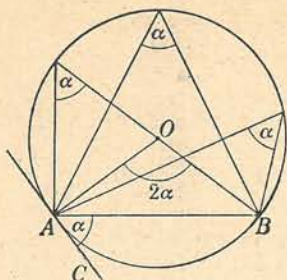
$$PA \cdot PB = PS^2 = d^2 - r^2$$



Jeżeli przez punkt leżący wewnątrz okręgu poprowadzone są cięciwy, to iloczyn odcinków każdej cięciwy jest stały i równa się kwadratowi połowy cięciwy prostopadłej do średnicy przechodzącej przez dany punkt:

$$PA \cdot PB = PA' \cdot PB' = r^2 - d^2$$

Kąty w kole



Kąt wpisany w okrąg równa się połowie kąta środkowego opartego na tym samym łuku.

Kąt ostry między cięciwą okręgu i styczną poprowadzoną przez koniec cięciwy jest równy kątowi wpisanemu opartemu na tej samej cięciwie.

Miara łukowa kąta

Miara łukowa α kąta środkowego AOB :

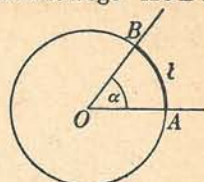
$$\alpha = \text{arc } AOB = \frac{AB}{r}$$

Długość łuku okręgu:

$$l = ar$$

Pole wycinka kołowego:

$$S = \frac{1}{2} ar^2$$



Zamiana stopni na miarę łukową:

jeżeli $\sphericalangle AOB = x^\circ$, to $\text{arc } x^\circ = \frac{\pi x}{180}$.

Zamiana miary łukowej na stopnie:

jeżeli $\text{arc } AOB = a$, to $\sphericalangle AOB = \frac{a}{\pi} \cdot 180^\circ$.

Jeżeli długość łuku AB równa się promieniowi r , to $\sphericalangle AOB = \varrho$ nazywamy radianem:

$$\text{arc } \varrho = r$$

$$\varrho = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44,8'' =$$

$$= 57,2958^\circ = 3437,75' = 206\,264,8''$$

Czworokąt wypukły

A, B, C, D — kąty czworokąta, $A + B + C + D = 360^\circ$
 a, b, c, d — boki czworokąta, e, f — przekątne czworokąta,
 M', M'' — środki przekątnych, $m = M'M''$,
 φ — kąt między przekątnymi.

$$1. \quad a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = e^2 + f^2 + 4m^2,$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin B + \frac{1}{2} cd \sin D$$

W równoległoboku: $a = c, b = d, m = 0$,

$$e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2), S = ab \sin B$$

$$2. \quad S = \frac{1}{2} ef \sin \varphi$$

$$3. \quad e^2 f^2 = a^2 c^2 + b^2 d^2 - 2abcd \cos 2\omega, \text{ gdzie } 2\omega = A + C \text{ lub } B + D.$$

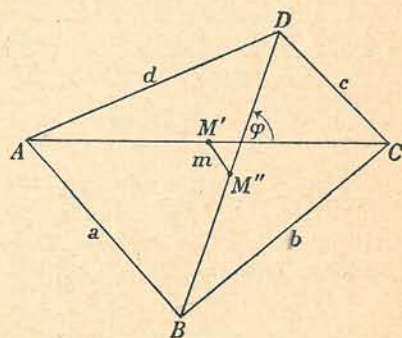
Jeżeli czworokąt jest wpisany w koło, to $2\omega = 180^\circ$,

$ef = ac + bd$ (twierdzenie Ptolemeusza).

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - 2abcd \cos^2 \omega},$$

$$\text{gdzie } p = \frac{a+b+c+d}{2}, \quad \omega = \frac{A+C}{2} \text{ lub } \frac{B+D}{2}.$$

Jeżeli czworokąt jest wpisany w koło, to $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$.



Trapez

$$a \parallel c, A + D = B + C = 180^\circ,$$

$$AB = a, BC = b, CD = c, DA = d, AC = e, BD = f,$$

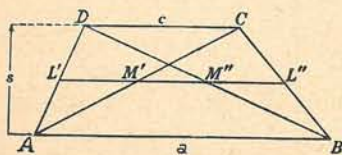
$$L' \text{ — środek boku } AD, L'' \text{ — środek boku } BC,$$

$$M', M'' \text{ — środki przekątnych,}$$

$$L'L'' \text{ (linia środkowa)} = l = \frac{a+c}{2}, \quad M'M'' = m = \frac{a-c}{2}$$

$$e^2 + f^2 = b^2 + d^2 + 2ac$$

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot s = l \cdot s$$

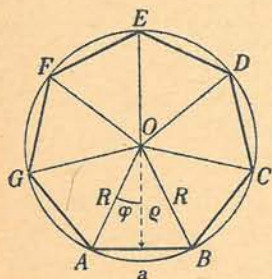


Wielokąt

Suma kątów wewnętrznych n -kąta:
 $(n - 2) \cdot 180^\circ$

Wielokąt wypukły

Suma kątów zewnętrznych wynosi 360°
 (niezależnie od ilości boków).

Wielokąt foremny

n = ilość boków wielokąta foremnego

$a = AB =$ bok wielokąta foremnego

$R = OA = OB =$ promień koła opisanego

$\rho =$ promień koła wpisanego

$S =$ pole wielokąta foremnego

$$\varphi = \frac{180^\circ}{n}$$

$$a = 2 \sqrt{R^2 - \rho^2} = 2R \sin \varphi = 2\rho \operatorname{tg} \varphi$$

$$S = \frac{1}{4} n a^2 \operatorname{ctg} \varphi = \frac{1}{2} n R^2 \sin 2\varphi = n \rho^2 \operatorname{tg} \varphi$$

Kwadrat: $a = \sqrt{2} \cdot R = 2\rho, \quad S = a^2 = 2R^2 = 4\rho^2$

Ośmiokąt foremny: $a = \sqrt{2 - \sqrt{2}} R = 2(\sqrt{2} - 1)\rho, \quad S = 2(\sqrt{2} + 1)a^2 = 2\sqrt{2}R^2 = 8(\sqrt{2} - 1)\rho^2$

Trójkąt równoboczny: $a = \sqrt{3} R = 2\sqrt{3}\rho, \quad S = \frac{1}{4}\sqrt{3}a^2 = \frac{3}{4}\sqrt{3}R^2 = 3\sqrt{3}\rho^2$

Sześciokąt foremny: $a = R = \frac{2}{\sqrt{3}}\rho, \quad S = \frac{3}{2}\sqrt{3}a^2 = \frac{3}{2}\sqrt{3}R^2 = 2\sqrt{3}\rho^2$

Dwunastokąt foremny: $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} R = 2(2-\sqrt{3})\rho, \quad S = 3(2+\sqrt{3})a^2 = 3R^2 = 12(2-\sqrt{3})\rho^2$

Pięciokąt foremny: $a = \frac{1}{2}\sqrt{2(5-\sqrt{5})} R = 2\sqrt{5-2\sqrt{5}}\rho$
 $S = \frac{1}{4}\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}a^2 = \frac{5}{8}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}R^2 = 5\sqrt{5-2\sqrt{5}}\rho^2$

Dziesięciokąt foremny: $a = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)R = \frac{1}{5}\sqrt{10(5-\sqrt{5})}\rho$
 $S = \frac{5}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}a^2 = \frac{5}{4}\sqrt{2(5-\sqrt{5})}R^2 = 2\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}\rho^2$

Związek między R, a_5 i a_{10} : $a_5^2 = R^2 + a_{10}^2$

Złoty podział odcinka: $R : x = x : (R - x), \quad x = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)R = a_{10}$

Jeżeli $a_n =$ bok n -kąta foremnego wpisanego w koło o promieniu r ,
 $b_n =$ bok n -kąta foremnego opisanego na kole o promieniu r ,

to

$$a_{2n}^2 = 2r^2 - 2r \sqrt{r^2 - \frac{a_n^2}{4}}$$

$$a_{2n} = \sqrt{r\left(r + \frac{a_n}{2}\right)} - \sqrt{r\left(r - \frac{a_n}{2}\right)}$$

$$a_n = \frac{a_{2n}}{r} \sqrt{4r^2 - a_{2n}^2}$$

Bryły

S — powierzchnia całkowita, P — powierzchnia boczna, V — objętość bryły

Prostopadłościan

a, b, c — krawędzie

$$S = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = abc$$

Graniastosłup prosty

B — podstawa

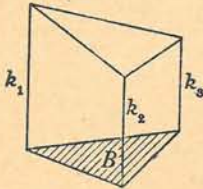
s — obwód podstawy

h — wysokość

$$P = sh$$

$$V = Bh$$

Graniastosłup trójkątny prosty ukośnie ścięty

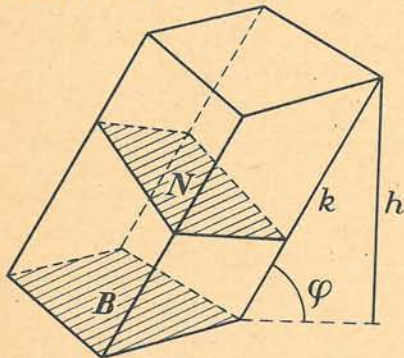


B — podstawa

k_1, k_2, k_3 — krawędzie boczne

$$V = B \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3}$$

Graniastosłup pochyły



B — podstawa

k — krawędź boczna

φ — kąt nachylenia

h — wysokość

N — przekrój normalny

s' — jego obwód

$$h = k \sin \varphi$$

$$N = B \sin \varphi$$

$$P = s'k$$

$$V = Bh = Nk$$

Ostrosłup

B — podstawa

h — wysokość

$$V = \frac{1}{3} Bh$$

Ostrosłup ścięty

B, B' — podstawy

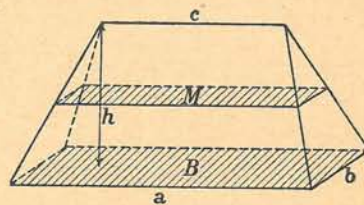
h — wysokość

M — przekrój w połowie wysokości

$$V = \frac{1}{3} (B + \sqrt{BB'} + B') h$$

$$V = \frac{1}{6} (B + 4M + B') h$$

Klin

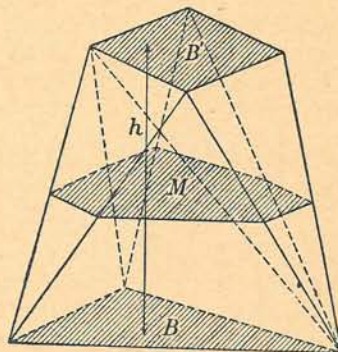


Oznaczenia jak na rysunku.

$$V = \frac{1}{6} (2a + c) bh$$

Pryzmatoid

(Wielostian, którego wszystkie wierzchołki leżą na dwóch płaszczyznach równoległych).



Oznaczenia jak w ostrosłupie ściętym.

$$V = \frac{1}{6} (B + 4M + B') h$$

Wielościany foremne

a — krawędź wielościanu
 R — promień kuli opisanej
 ϱ — promień kuli wpisanej

Czworościan (tetraedr)

$$R = \frac{1}{4}\sqrt{6} \cdot a \quad S = \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\varrho = \frac{1}{12}\sqrt{6} \cdot a \quad V = \frac{1}{12}\sqrt{2} \cdot a^3$$

Sześcian (heksaedr)

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot a \quad S = 6a^2$$

$$\varrho = \frac{1}{2}a \quad V = a^3$$

Ośmiościan (oktaedr)

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot a \quad S = 2\sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\varrho = \frac{1}{6}\sqrt{6} \cdot a \quad V = \frac{1}{3}\sqrt{2} \cdot a^3$$

Dwunastościan (dodekaedr)

$$R = \frac{1}{4}\sqrt{3}(\sqrt{5} + 1) \cdot a$$

$$\varrho = \frac{1}{20}\sqrt{5}(50 + 22\sqrt{5}) \cdot a$$

$$S = 3\sqrt{5}(5 + 2\sqrt{5}) \cdot a^2$$

$$V = \frac{1}{4}(15 + 7\sqrt{5}) \cdot a^3$$

Dwudziestościan (ikosaedr)

$$R = \frac{1}{4}\sqrt{2}(5 + \sqrt{5}) \cdot a$$

$$\varrho = \frac{1}{12}\sqrt{3}(3 + \sqrt{5}) \cdot a$$

$$S = 5\sqrt{3} \cdot a^2 \quad V = \frac{5}{12}(3 + \sqrt{5}) \cdot a^3$$

Bryły obrotowe

Walec

r — promień podstawy
 h — wysokość

$$P = 2\pi rh \quad V = \pi r^2 h$$

Stożek

r — promień podstawy
 h — wysokość
 l — tworząca

$$P = \pi r l \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Stożek ścięty

r, r' — promienie podstaw
 h — wysokość
 l — tworząca

$$P = \pi(r + r')l$$

$$V = \frac{1}{3}\pi(r^2 + rr' + r'^2)h$$

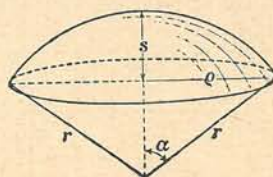
Kula

r — promień
 d — średnica

$$P = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

$$V = \frac{1}{3}Pr = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$$

Wycinek kuli



r — promień kuli
 ϱ — promień podstawy czaszy
 s — strzałka czaszy

$$\varrho^2 = (2r - s)s$$

Powierzchnia czaszy kulistej

$$P' = 2\pi rs$$

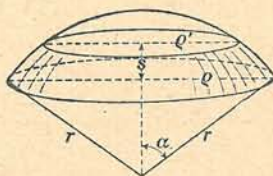
Objętość wycinka kuli

$$V = \frac{1}{3}P'r = \frac{2}{3}\pi r^2 s$$

Objętość czaszy kulistej

$$V' = \frac{1}{2}\pi \varrho^2 s + \frac{1}{6}\pi s^3$$

Warstwa kuli



r — promień kuli
 ϱ, ϱ' — promienie podstaw
 s — grubość warstwy

$$s = \sqrt{r^2 - \varrho'^2} - \sqrt{r^2 - \varrho^2}$$

Powierzchnia pasa kulistego

$$P' = 2\pi rs$$

Objętość warstwy kuli

$$V' = \frac{1}{2}\pi \varrho^2 s + \frac{1}{2}\pi \varrho'^2 s + \frac{1}{6}\pi s^3$$

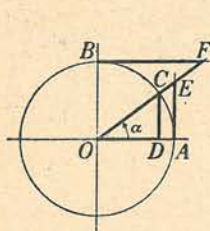
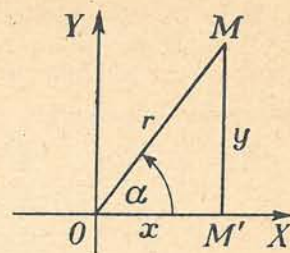
TRYGONOMETRIA

Funkcje trygonometryczne

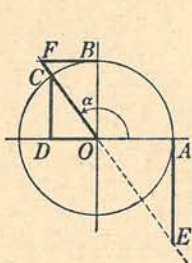
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos a = \frac{x}{r}, \quad \operatorname{tg} a = \frac{y}{x}, \quad \sec a = \frac{r}{x},$$

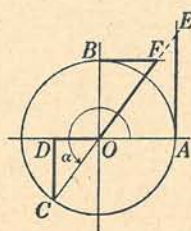
$$\sin a = \frac{y}{r}, \quad \operatorname{ctg} a = \frac{x}{y}, \quad \operatorname{cosec} a = \frac{r}{y}.$$



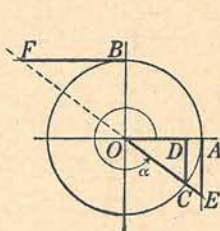
I ćwiartka



II ćwiartka



III ćwiartka



IV ćwiartka

$$\cos a = \frac{OD}{r}, \quad \sin a = \frac{DC}{r}, \quad \operatorname{tg} a = \frac{AE}{r}, \quad \operatorname{ctg} a = \frac{BF}{r}, \quad \sec a = \frac{OE}{r}, \quad \operatorname{cosec} a = \frac{OF}{r}$$

Znaki funkcji trygonometrycznych

Ćwiartka	I	II	III	IV
$\sin a$	+	+	—	—
$\cos a$	+	—	—	+
$\operatorname{tg} a$	+	—	+	—
$\operatorname{ctg} a$	+	—	+	—

Przebieg zmienności funkcji trygonometrycznych

a	0°	...	90°	...	180°	...	270°	...	360°
$\sin a$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	—1	$\nearrow$	0
$\cos a$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	—1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1
$\operatorname{tg} a$	0	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	0
$\operatorname{ctg} a$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$+\infty$

Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta

$$\operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}$$

Wzory pitagorejskie:

Oznaczamy: ε — znak $\sin a$, η — znak $\cos a$

$$\operatorname{ctg} a = \frac{\cos a}{\sin a}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\sin a = \varepsilon \sqrt{1 - \cos^2 a} = \eta \frac{\operatorname{tg} a}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}$$

$$\operatorname{ctg} a = \frac{1}{\operatorname{tg} a}$$

$$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$$

$$\cos a = \eta \sqrt{1 - \sin^2 a} = \eta \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}$$

$$\sec a = \frac{1}{\cos a}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 a = \sec^2 a$$

$$\operatorname{tg} a = \varepsilon \frac{\sqrt{1 - \cos^2 a}}{\cos a} = \eta \frac{\sin a}{\sqrt{1 - \sin^2 a}}$$

$$\operatorname{cosec} a = \frac{1}{\sin a}$$

$$\operatorname{ctg}^2 a + 1 = \operatorname{cosec}^2 a$$

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0	∞	$\beta = 90^\circ$
$\alpha = 15^\circ$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$	$\beta = 75^\circ$
$\alpha = 18^\circ$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt{5}}}{5}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$\beta = 72^\circ$
$\alpha = 22^\circ 30'$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}+1$	$\beta = 67^\circ 30'$
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\beta = 60^\circ$
$\alpha = 36^\circ$	$\frac{\sqrt{10}-2\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\sqrt{5-2\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{5}$	$\beta = 54^\circ$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	$\beta = 45^\circ$
	$\cos \beta$	$\sin \beta$	$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \beta$	β

Redukcja kąta do pierwszego oktantu:

$$\begin{aligned}\sin(45^\circ + \alpha) &= \cos(45^\circ - \alpha) & \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) &= \operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha) \\ \cos(45^\circ + \alpha) &= \sin(45^\circ - \alpha) & \operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) &= \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\end{aligned}$$

Wzory redukcyjne

$\varphi =$	α	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$-\alpha$	$\varphi =$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$
$\sin \varphi =$	$\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \varphi =$	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\cos \varphi =$	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \varphi =$	$\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\sin \alpha$
$\operatorname{tg} \varphi =$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \varphi =$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \varphi =$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \varphi =$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$

Jeżeli $\sin \varphi = \sin \alpha$, to $\varphi = \alpha + k \cdot 360^\circ$ lub $\varphi = (180^\circ - \alpha) + k \cdot 360^\circ$ (k — całkowite)

„ $\cos \varphi = \cos \alpha$, to $\varphi = \alpha + k \cdot 360^\circ$ lub $\varphi = -\alpha + k \cdot 360^\circ$ „

„ $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha$, to $\varphi = \alpha + k \cdot 180^\circ$ „

„ $\operatorname{ctg} \varphi = \operatorname{ctg} \alpha$, to $\varphi = \alpha + k \cdot 180^\circ$ „

Jeżeli $\sin \varphi = 1$, to $\varphi = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$ Jeżeli $\cos \varphi = 1$, to $\varphi = 0^\circ + k \cdot 360^\circ$

„ $\sin \varphi = 0$, to $\varphi = 0^\circ + k \cdot 180^\circ$ „ $\cos \varphi = 0$, to $\varphi = 90^\circ + k \cdot 180^\circ$

„ $\sin \varphi = -1$, to $\varphi = 270^\circ + k \cdot 360^\circ$ „ $\cos \varphi = -1$, to $\varphi = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$

Jeżeli $\operatorname{tg} \varphi = 0$, to $\varphi = 0^\circ + k \cdot 180^\circ$ Jeżeli $\operatorname{ctg} \varphi = 0$, to $\varphi = 90^\circ + k \cdot 180^\circ$

(We wzorach powyższych k oznacza liczbę całkowitą).

Funkcje sumy i różnicy kątów

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(a + \beta) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(a - \beta) = \frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(a + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(a - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} a}$$

$$\sin(a + \beta + \gamma) = \sin a \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \cos \gamma \cos a + \sin \gamma \cos a \cos \beta - \sin a \sin \beta \sin \gamma$$

$$\cos(a + \beta + \gamma) = \cos a \cos \beta \cos \gamma - \cos a \sin \beta \sin \gamma - \cos \beta \sin \gamma \sin a - \cos \gamma \sin a \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(a + \beta + \gamma) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} a}$$

$$\operatorname{ctg}(a + \beta + \gamma) = \frac{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma - \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma}{1 - \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma - \operatorname{ctg} \gamma \operatorname{ctg} a}$$

Tożsamości:

$$\sin(a + \beta) + \sin(a - \beta) = 2 \sin a \cos \beta$$

$$\sin(a + \beta) - \sin(a - \beta) = 2 \cos a \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) + \cos(a - \beta) = 2 \cos a \cos \beta$$

$$\cos(a - \beta) - \cos(a + \beta) = 2 \sin a \sin \beta$$

$$\sin(a + \beta) \sin(a - \beta) = \sin^2 a - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 a$$

$$\cos(a + \beta) \cos(a - \beta) = \cos^2 a - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) \cos(a - \beta) = \sin a \cos a + \sin \beta \cos \beta$$

$$\cos(a + \beta) \sin(a - \beta) = \sin a \cos a - \sin \beta \cos \beta$$

$$\sin(45^\circ + a) = \cos(45^\circ - a)$$

$$\cos(45^\circ + a) = \sin(45^\circ - a)$$

$$\operatorname{tg}(45^\circ + a) = \operatorname{ctg}(45^\circ - a)$$

$$\operatorname{ctg}(45^\circ + a) = \operatorname{tg}(45^\circ - a)$$

$$\frac{\sin(a + \beta)}{\sin(a - \beta)} = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} \beta}$$

$$\frac{\cos(a + \beta)}{\cos(a - \beta)} = \frac{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}$$

$$\frac{\cos(a + \beta)}{\cos(a - \beta)} = \frac{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}$$

$$\frac{\cos(a + \beta)}{\cos(a - \beta)} = \frac{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}$$

Podwojenie kąta

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\begin{aligned} \cos 2a &= 2 \cos^2 a - 1 = \\ &= \cos^2 a - \sin^2 a = \\ &= 1 - 2 \sin^2 a \end{aligned}$$

$$\sin 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\cos 2a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\operatorname{ctg} 2a = \frac{\operatorname{ctg}^2 a - 1}{2 \operatorname{ctg} a}$$

Potrojenie kąta

$$\sin 3a = \sin a (3 \cos^2 a - \sin^2 a) = \sin a (3 - 4 \sin^2 a)$$

$$\cos 3a = \cos a (\cos^2 a - 3 \sin^2 a) = \cos a (4 \cos^2 a - 3)$$

$$\sin 3a = \sin a \cdot \frac{3 - \operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\cos 3a = \cos a \cdot \frac{1 - 3 \operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\operatorname{tg} 3a = \operatorname{tg} a \cdot \frac{3 - \operatorname{tg}^2 a}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 a}$$

$$\operatorname{ctg} 3a = \operatorname{ctg} a \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 a - 3}{3 \operatorname{ctg}^2 a - 1}$$

Kąty połówkowe

$$\left| \cos \frac{1}{2} a \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\left| \sin \frac{1}{2} a \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

$$\left| \operatorname{tg} \frac{1}{2} a \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} a = \frac{\sin a}{1 + \cos a} = \frac{1 - \cos a}{\sin a}$$

Wyrażenia funkcji kąta a przez $\operatorname{tg} \frac{1}{2} a$

$$\sin a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} a}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\cos a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} a}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\operatorname{ctg} a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} a}$$

Sprowadzanie wyrażeń do postaci logarytmicznej

$$\begin{aligned}
 \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} & \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \\
 \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} & \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} & \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{2}{\sin 2\alpha} \\
 \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} & \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} & \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha &= 2 \operatorname{ctg} 2\alpha \\
 \cos \alpha - \cos \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2} & \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta} \\
 \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta &= \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) \\
 \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta &= \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) \\
 \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta &= \sin(\alpha + \beta) \sin(\beta - \alpha)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha + \sin \alpha &= \sqrt{2} \cdot \sin(45^\circ + \alpha) = \sqrt{2} \cdot \cos(45^\circ - \alpha) \\
 1 + \sin \alpha &= 2 \sin^2(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha) = 2 \cos^2(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha) & 1 + \cos \alpha &= 2 \cos^2 \frac{1}{2}\alpha \\
 \cos \alpha - \sin \alpha &= \sqrt{2} \cdot \cos(45^\circ + \alpha) = \sqrt{2} \cdot \sin(45^\circ - \alpha) & 1 - \cos \alpha &= 2 \sin^2 \frac{1}{2}\alpha \\
 1 - \sin \alpha &= 2 \cos^2(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha) = 2 \sin^2(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha) \\
 \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} &= \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} & \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} &= \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2} & \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta} &= \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha - \beta}{2} \\
 \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} &= -\operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2} & \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} &= \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} & \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} &= \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2} \\
 \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} &= \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta & \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta & \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \\
 \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta} &= -\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta & \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} &= \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta & \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}
 \end{aligned}$$

Funkcje kołowe

Zakładamy, że kąty są wyrażone w mierze łukowej.

Jeżeli $\sin \alpha = x$ (gdzie $-1 \leq x \leq 1$), to $\alpha = \arcsin x$.

Jeżeli $\cos \alpha = x$ (gdzie $-1 \leq x \leq 1$), to $\alpha = \arccos x$.

Jeżeli $\operatorname{tg} \alpha = x$, to $\alpha = \operatorname{arctg} x$. Jeżeli $\operatorname{ctg} \alpha = x$, to $\alpha = \operatorname{arcctg} x$.

Gwoli jednoznaczności funkcji kołowych nakładamy ograniczenia:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\pi}{2} &\leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} &< \operatorname{arctg} x < \frac{\pi}{2} \\
 0 &\leq \arccos x \leq \pi & 0 &< \operatorname{arcctg} x < \pi
 \end{aligned}$$

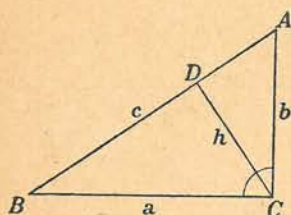
Wartości przybliżone funkcji trygonometrycznych i kołowych:

$$\sin x < x < \operatorname{tg} x$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} &= 1 \\
 \sin x &= x - \frac{x^3}{6} \\
 \arcsin x &= x + \frac{x^3}{3} \\
 \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} &= 1 \\
 \operatorname{tg} x &= x + \frac{x^3}{3} \\
 \operatorname{arctg} x &= x - \frac{x^3}{3} \\
 \operatorname{arcctg} x &= \frac{1}{x} - \frac{x}{3}
 \end{aligned}$$

Trójkąt prostokątny



$$\begin{aligned} C &= 90^\circ \\ A + B &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= c \sin A = c \cos B & a &= b \operatorname{tg} A = b \operatorname{ctg} B \\ b &= c \sin B = c \cos A & b &= a \operatorname{tg} B = a \operatorname{ctg} A \\ a^2 + b^2 &= c^2 \\ h &= a \sin B = b \sin A = c \sin A \sin B \\ S &= \frac{1}{2} ch = \frac{1}{2} c^2 \sin A \sin B = \\ &= \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{tg} B = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{ctg} A \\ R &= \frac{1}{2} c \text{ (promień koła opisanego)} \end{aligned}$$

Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych

- I. Dane: $C = 90^\circ$, a , $A < 90^\circ$. $1^\circ B = 90^\circ - A$. $2^\circ c = \frac{a}{\sin A}$. $3^\circ b = a \operatorname{ctg} A$.
 Jeżeli kąt A jest mały, to obliczamy: $a = \operatorname{arc} A$, $c = \frac{a}{a} \left(1 + \frac{1}{6} a^2\right)$, $b = \frac{a}{a} \left(1 - \frac{1}{3} a^2\right)$
 Jeżeli kąt B jest mały, to obliczamy: $\beta = \operatorname{arc} B$, $c = a \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2\right)$, $b = a \beta$.
- II. Dane: $C = 90^\circ$, c , $A < 90^\circ$. $1^\circ B = 90^\circ - A$. $2^\circ a = c \sin A$. $3^\circ b = c \cos A$.
 Jeżeli kąt A jest mały, to obliczamy: $a = \operatorname{arc} A$, $a = c a$, $b = c \left(1 - \frac{1}{2} a^2\right)$.
 Jeżeli kąt B jest mały, to obliczamy: $\beta = \operatorname{arc} B$, $a = c \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2\right)$, $b = c \beta$.
- III. Dane: $C = 90^\circ$, a , b . $1^\circ \operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$. $2^\circ B = 90^\circ - A$. $3^\circ c = \frac{a}{\sin A}$.
 Jeżeli wartość stosunku $\frac{a}{b}$ jest bliska 0, to obliczamy: $\operatorname{arc} A = a = \frac{a}{b}$, $c = b \left(1 + \frac{1}{2} a^2\right)$.
 Jeżeli wartość stosunku $\frac{b}{a}$ jest bliska 0, to obliczamy: $\operatorname{arc} B = \beta = \frac{b}{a}$, $c = a \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2\right)$.
- IV. Dane: $C = 90^\circ$, a , c . $1^\circ \sin A = \frac{a}{c}$, ($A < 90^\circ$). $2^\circ B = 90^\circ - A$. $3^\circ b = c \cos A$.
 Jeżeli wartość stosunku $\frac{a}{c}$ jest bliska 0, to obliczamy: $\operatorname{arc} A = a = \frac{a}{c}$, $b = c \left(1 - \frac{1}{2} a^2\right)$.
 Jeżeli wartość stosunku $\frac{a}{c}$ jest bliska 1, to wzór 1° jest niedogodny; wówczas stosujemy wzór Regiomontana:

$$\operatorname{tg} \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \operatorname{ctg} \frac{B}{2}, \text{ przy czym } \frac{C-A}{2} = \frac{90^\circ - A}{2} = \frac{B}{2}, \text{ a więc}$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{c-a}{c+a}}, \quad A = 90^\circ - B, \quad b = c \sin B.$$

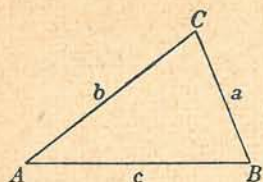
Można obliczyć w przybliżeniu:

$$\beta = \operatorname{arc} B = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{c-a}{c+a}}, \quad b = c \beta.$$

Uwaga. W każdym z przykładów I—IV do kontroli rozwiązania służy wzór

$$b^2 = (c-a)(c+a)$$

Trójkąt dowolny



A, B, C — kąty trójkąta

a, b, c — boki trójkąta

h_1 — wysokość poprowadzona z wierzchołka A na bok a

m_1 — środkowa łącząca wierzchołek A ze środkiem boku a

u_1 — odcinek dwusiecznej kąta A od wierzchołka A do boku a

v_1 — odcinek dwusiecznej jednego z kątów przyległych do kąta A od wierzchołka A do przedłużenia boku a

p — połowa obwodu trójkąta

S — pole trójkąta

R — promień koła opisanego

ϱ — promień koła wpisanego

ϱ_1 — promień koła dopisanego w kącie A , stycznego do boku a i do przedłużeń boków b i c

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{wzór Herona})$$

$$R = \frac{abc}{4S} \quad \varrho = \frac{S}{p}$$

Jeżeli $A + B + C = 180^\circ$, to

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \quad \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 \cos A \cos B \cos C + 2$$

$$\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \quad \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \sin B \cos C$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} + 1 \quad \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$$

$$\cos A + \cos B - \cos C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} - 1 \quad \sin 2A + \sin 2B - \sin 2C = 4 \cos A \cos B \sin C$$

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C$$

$$\operatorname{ctg} A \operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C + \operatorname{ctg} C \operatorname{ctg} A = 1$$

$$\operatorname{ctg} \frac{A}{2} + \operatorname{ctg} \frac{B}{2} + \operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$$

$$1. \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (\text{twierdzenie Snelliusa}).$$

$$2. \quad a = b \cos C + c \cos B$$

$$3. \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = (b+c)^2 - 4bc \cos^2 \frac{1}{2} A = (b-c)^2 + 4bc \sin^2 \frac{1}{2} A \quad (\text{wzór Carnota})$$

Uwaga:

$$a = (b+c) \sin \varphi, \text{ gdzie } \cos \varphi = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c} \cos \frac{1}{2} A.$$

$$a = \frac{b-c}{\cos \varphi}, \text{ gdzie } \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\sqrt{bc}}{b-c} \sin \frac{1}{2} A, (b > c)$$

$$4. \quad \frac{a+b}{c} = \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{C}{2}}, \quad \frac{a-b}{c} = \frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{C}{2}} \quad (\text{analogie Nepera})$$

$$5. \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{A+B}{2}}{\operatorname{tg} \frac{A-B}{2}} \quad (\text{wzór Regiomontana}), \quad \operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}.$$

$$6. h_1 = b \sin C = c \sin B$$

$$7. \operatorname{tg} A = \frac{a \sin B}{c - a \cos B} = \frac{a \sin C}{b - a \cos C}$$

$$8. S = \frac{1}{2} a h_1 = \frac{1}{2} a b \sin C = \frac{1}{2} a^2 \frac{\sin B \sin C}{\sin A} = 2 R^2 \sin A \sin B \sin C = \frac{a b c}{4 R} = \\ = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = p \varrho = \varrho^2 \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$$

$$9. \varrho = \frac{S}{p} = (p-a) \operatorname{tg} \frac{A}{2} = (p-b) \operatorname{tg} \frac{B}{2} = (p-c) \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \\ = a \frac{\sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = b \frac{\sin \frac{C}{2} \sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{B}{2}} = c \frac{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2}}{\cos \frac{C}{2}} = 4 R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

$$\varrho_1 = \frac{S}{p-a} = p \operatorname{tg} \frac{A}{2} = (p-b) \operatorname{ctg} \frac{B}{2} = (p-c) \operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \\ = a \frac{\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = 4 R \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} + \frac{1}{\varrho_3} = \frac{1}{\varrho}$$

$$\varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 = 4R + \varrho$$

$$\varrho_1 \varrho_2 + \varrho_2 \varrho_3 + \varrho_3 \varrho_1 = p^2$$

$$\varrho \varrho_1 \varrho_2 \varrho_3 = S^2$$

$$10. \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}, \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

$$11. \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{\varrho}{p-a}$$

$$12. u_1 = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2} = \frac{2}{b+c} \sqrt{bc p(p-a)}$$

$$v_1 = \frac{2bc}{b-c} \sin \frac{A}{2} = \frac{2}{b-c} \sqrt{bc(p-b)(p-c)}$$

$$13. m_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$$

$$a^2 = 2(b^2 + c^2 - 2m_1^2)$$

$$S = \frac{4}{3} \sqrt{p'(p'-m_1)(p'-m_2)(p'-m_3)}, \text{ gdzie } p' = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2}.$$

Rozwiązywanie trójkątów dowolnych

I. Dane: a, B, C . $1^\circ A = 180^\circ - (B+C)$. Musi zachodzić warunek: $B + C < 180^\circ$.

$$2^\circ 2R = \frac{a}{\sin A}. \quad 3^\circ b = 2R \sin B. \quad 4^\circ c = 2R \sin C.$$

Kontrolę rozwiązania można przeprowadzić przy pomocy wzoru Regiomontana:

$$(b+c) \operatorname{tg} \frac{B-C}{2} = (b-c) \operatorname{ctg} \frac{A}{2}$$

II. Dane: a, b, C .

$$\text{I sposób: } 1^\circ \operatorname{tg} A = \frac{a \sin C}{b - a \cos C}. \quad 2^\circ \operatorname{tg} B = \frac{b \sin C}{a - b \cos C}.$$

$$\text{Kontrola: } A + B + C = 180^\circ. \quad 3^\circ 2R = \frac{a}{\sin A} \text{ lub } \frac{b}{\sin B}. \quad 4^\circ c = 2R \sin C.$$

II sposób: 1° Wzór Carnota: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$

Sprawdzenie do postaci logarytmicznej:

$$c = (a + b) \sin \varphi, \text{ gdzie } \cos \varphi = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \cos \frac{1}{2} C,$$

$$\text{albo } c = \frac{a-b}{\cos \varphi}, \text{ gdzie } \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\sqrt{ab}}{a-b} \sin \frac{1}{2} C, \quad (a > b).$$

$$2^\circ 2R = \frac{c}{\sin C}. \quad 3^\circ \sin A = \frac{a}{2R}. \quad 4^\circ \sin B = \frac{b}{2R}. \quad \text{Może się zdarzyć, że kąt } A \text{ lub}$$

kąt B jest rozwarty, a nie ostry; rozstrzygnięcie wątpliwości osiągamy przy pomocy wzoru: $A + B + C = 180^\circ$. (Wzór ten daje zarazem kontrolę rozwiązania).

III sposób: 1° Wzór Regiomontana: $\operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}, (a > b).$

$$2^\circ \frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}. \quad 3^\circ A = \frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2}. \quad 4^\circ B = \frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}.$$

$$5^\circ 2R = \frac{a}{\sin A} \quad \text{lub} \quad \frac{b}{\sin B}. \quad 6^\circ c = 2R \sin C.$$

III. Dane: a, c, A . 1° $2R = \frac{a}{\sin A}$. 2° $\sin C = \frac{c}{2R} = \frac{c \sin A}{a}$.

1) Jeżeli $c \sin A > a$, to $\sin C > 1$. (Trójkąt nie istnieje).

2) Jeżeli $c \sin A = a$, to $C = 90^\circ$; wówczas musi być $A < 90^\circ, B = 90^\circ - A, b = c \cos A$.

3) Jeżeli $c \sin A < a$, to wzór 2° daje dwie wartości kąta C :

kąt ostry C' i kąt rozwarty. $C'' = 180^\circ - C'$.

a) Jeżeli $c < a$, to $C < A$, a więc nadaje się tylko kąt ostry C' ; wówczas $B = 180^\circ - (C' + A), b = 2R \sin B$.

b) Jeżeli $c = a$, to $C = A$; wówczas musi być $A < 90^\circ$, dalej — jak a).

c) Jeżeli $c > a$, to $C > A$; wówczas musi być $A < 90^\circ$ i zadanie ma dwa rozwiązania:

$$C = C', B' = 180^\circ - (C' + A), b' = 2R \sin B';$$

$$C = 180^\circ - C', B'' = C' - A, b'' = 2R \sin B''.$$

Uwaga. Jeżeli kąt C mało się różni od 90° , to zamiast wzoru 2° stosujemy wzory:

$$\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{C'}{2} \right) = \sqrt{\frac{a + c \sin A}{a - c \sin A}} \quad \text{i} \quad \operatorname{ctg} \left(\frac{C''}{2} - 45^\circ \right) = \sqrt{\frac{a + c \sin A}{a - c \sin A}}.$$

IV. Dane: a, b, c .

I sposób: 1° Ze wzoru Carnota obliczamy:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Aby zachodziły nierówności: $-1 < \cos A < +1$, muszą być spełnione warunki: $|b - c| < a < b + c$. Gdy $a^2 < b^2 + c^2, a^2 = b^2 + c^2, a^2 > b^2 + c^2$, to odpowiednio otrzymujemy: $A < 90^\circ, A = 90^\circ, A > 90^\circ$.

$$2^\circ 2R = \frac{a}{\sin A}. \quad 3^\circ \sin B = \frac{b}{2R}. \quad 4^\circ \sin C = \frac{c}{2R}. \quad \text{Może się zdarzyć, że kąt } B$$

lub kąt C jest rozwarty, a nie ostry; wątpliwość rozstrzygamy przy pomocy wzoru: $A + B + C = 180^\circ$. (Wzór ten służy również do kontroli rozwiązania).

II sposób: 1° $p = \frac{a+b+c}{2}$. 2° $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Aby zachodziły nierówności: $p > a, p > b, p > c$, muszą być spełnione warunki:

$$b + c > a, c + a > b, a + b > c. \quad 3^\circ \varrho = \frac{S}{p}. \quad 4^\circ \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{\varrho}{p-a}, \quad 5^\circ \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{\varrho}{p-b}.$$

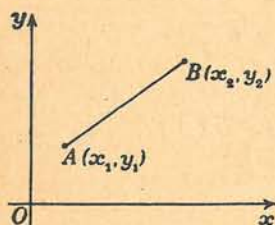
$$6^\circ \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{\varrho}{p-c}. \quad \text{Kontrola: } \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ.$$

V. Dane: $s = a + b, c, C$. 1° Wzór Nepera: $\cos \frac{A-B}{2} = \frac{a+b}{c} \sin \frac{C}{2}$. Musi być spełniony warunek: $(a+b) \sin \frac{C}{2} \leq c$. 2° $\frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}$. 3° $A = \frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2}$. 4° $B = \frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}$. 5° $2R = \frac{c}{\sin C}$. 6° $a = 2R \sin A$. 7° $b = 2R \sin B$. Kontrola: $a + b = s$.

VI. Dane: $d = a - b, c, C$. 1° Wzór Nepera: $\sin \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{c} \cos \frac{C}{2}$. Musi być spełniony warunek: $(a-b) \cos \frac{C}{2} \leq c$. Dalej jak w poprzednim zadaniu. Kontrola: $a - b = d$.

VII. Dane: $2p = a + b + c, A, B$. 1° $C = 180^\circ - (A + B)$. Musi być: $A + B < 180^\circ$. 2° $2p = 2R (\sin A + \sin B + \sin C) = 2R \cdot 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$, a więc $2R = \frac{2p}{4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}}$. 3° $a = 2R \sin A$. 4° $b = 2R \sin B$. 5° $c = 2R \sin C$. Kontrola: $a + b + c = 2p$.

Geometria analityczna na płaszczyźnie



Długość wektora $\overline{AB}$:

$$r = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Składowe wektora $\overline{AB}$ wzdłuż osi współrzędnych:

$$(\overline{AB})_x = x_2 - x_1 = r \cos \varphi, \quad (\overline{AB})_y = y_2 - y_1 = r \sin \varphi,$$

gdzie $\varphi = \angle(Ox, \overline{AB})$.

$$\text{Spadek wektora } \overline{AB}: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan \varphi$$

Jeżeli punkty $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ i $C(x, y)$ leżą na jednej prostej i $\overline{AC} : \overline{CB} = m : n$, to

$$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \quad y = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}.$$

Środek $M(x_0, y_0)$ odcinka AB :

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Środek ciężkości $M(x_0, y_0)$ trójkąta o wierzchołkach $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}.$$

Przesunięcie początku współrzędnych do punktu $O'(p, q)$:

$$x = x' + p, \quad y = y' + q.$$

Obrót układu współrzędnych o kąt α :

$$x = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha, \quad y = -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha.$$

Prosta równoległa do osi Ox : $y = b$, x — dowolne.

Prosta równoległa do osi Oy : $x = c$, y — dowolne.

Pęk prostych przechodzących przez punkt $A(x_1, y_1)$ składa się z prostej $x = x_1$ i ze zbioru prostych o równaniu $y - y_1 = m(x - x_1)$, gdzie m przybiera wartości dowolne.

Równanie prostej przechodzącej przez dane punkty $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1), \text{ gdy } x_1 \neq x_2, \text{ albo } x = x_1, \text{ gdy } x_1 = x_2.$$

Ogólne równanie linii prostej: $Ax + By + C = 0$, gdzie A i B nie są jednocześnie zerami.

1. Jeżeli $B \neq 0$, to $y = mx + b$, gdzie $m = -A/B$ (jest to spadek dowolnego wektora leżącego na danej prostej), $b = -C/B$ (jest to wektor odcięty przez daną prostą na osi Oy).

2. Jeżeli $B = 0$, $A \neq 0$, to $x = c$, gdzie $c = -C/A$ (jest to wartość wektora odciętego przez daną prostą na osi Ox).

Pęk prostych przechodzących przez punkt przecięcia prostych $Ax + By + C = 0$ i $A'x + B'y + C' = 0$ ma równanie

$$k(Ax + By + C) + k'(A'x + B'y + C') = 0$$

Postać normalna równania prostej:

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0,$$

gdzie $p = |\overline{OP}|$ jest to odległość początku współrzędnych O od danej prostej, a $\alpha = \angle(Ox, \overline{OP})$, pod warunkiem: $p > 0$.

Aby równaniu $Ax + By + C = 0$ nadać postać normalną, należy podstawić:

$$\cos \alpha = \frac{\varepsilon A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{\varepsilon B}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad -p = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{A^2 + B^2}},$$

gdzie ε oznacza znak liczby $(-C)$, gdy $C \neq 0$, i $p = 0$, gdy $C = 0$.

Odległość punktu $M(x', y')$ od prostej $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$:

$$d = \eta (x' \cos \alpha + y' \sin \alpha - p),$$

gdzie $\eta = +1$ w przypadku, gdy punkty O i M leżą po różnych stronach danej prostej, i $\eta = -1$ w przypadku, gdy O i M leżą po tej samej stronie danej prostej.

Odległość punktu $M(x', y')$ od prostej $Ax + By + C = 0$:

$$d = \eta \frac{Ax' + By' + C}{\sqrt{A^2 + B^2}},$$

gdzie η oznacza znak liczby $(-C)$ w przypadku, gdy punkty O i M leżą po różnych stronach danej prostej, i $\eta = \text{znak } C$, gdy punkty O i M leżą po tej samej stronie danej prostej.

Dwusieczna kątów między prostymi $Ax + By + C = 0$ i $A'x + B'y + C' = 0$:

$$\frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \pm \frac{A'x + B'y + C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}$$

Para prostych:

$$\begin{array}{l} (I) \quad y = ax + b \\ (I') \quad y = a'x + b' \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (I) \quad Ax + By + C = 0 \\ (I') \quad A'x + B'y + C' = 0 \end{array}$$

Punkt przecięcia prostych (I) i (I') :

$$x = -\frac{b' - b}{a' - a}, \quad y = \frac{b a' - b' a}{a' - a}, \quad a \neq a'$$

$$x = -\frac{CB' - C'B}{AB' - A'B}, \quad y = -\frac{AC' - A'C}{AB' - A'B}, \quad AB' - A'B \neq 0$$

Warunek równoległości prostych (I) i (I') :

$$a = a'$$

$$AB' - A'B = 0$$

Tangens kąta między prostymi (I) i (I') :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a' - a}{1 + a a'}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{AB' - A'B}{AA' + BB'}$$

Warunek prostokątności prostych (I) i (I') :

$$1 + a a' = 0$$

$$AA' + BB' = 0$$

Symetria względem początku współrzędnych:

$$x = -x', \quad y = -y'.$$

Jednokładność względem początku współrzędnych w stosunku k :

$$x = \frac{x'}{k}, \quad y = \frac{y'}{k}. \quad (k \neq 0, \quad k \neq 1).$$

Symetria względem osi Ox :

$$x = x', \quad y = -y'.$$

Powinowactwo prostokątne względem osi Ox w stosunku k :

$$x = x', \quad y = \frac{y'}{k}. \quad (k \neq 0, \quad k \neq 1).$$

Równanie okręgu koła o środku $S(p, q)$ i o promieniu r :

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2 \text{ lub } x^2 + y^2 - 2px - 2qy + (p^2 + q^2 - r^2) = 0.$$

Równanie ogólne okręgu koła:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0,$$

gdzie współrzędne środka koła są: $p = -\frac{1}{2}A$, $q = -\frac{1}{2}B$, a promień $r = \sqrt{p^2 + q^2 - C}$ pod warunkiem, by $A^2 + B^2 > 4C$.

Styczna do okręgu $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ w punkcie $A(x_1, y_1)$:

$$(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$$

Równanie paraboli o ognisku $F(\frac{1}{2}p, 0)$ i kierownicy $x = -\frac{1}{2}p$:

$$y^2 = 2px$$

Promień wodzący punktu $M(x, y)$ leżącego na paraboli:

$$FM = \frac{1}{2}p + x$$

Styczna do paraboli w punkcie $A(x_1, y_1)$:

$$y y_1 = p(x + x_1)$$

Równanie elipsy o ogniskach $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$ i wielkiej osi $A_1A_2 = 2a$:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ czyli } y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \text{ gdzie } a > c \text{ i } b^2 = a^2 - c^2.$$

Mimośród elipsy: $\varepsilon = \frac{c}{a}$. Parametr elipsy: $p = \frac{b^2}{a}$. Kierownice elipsy: $x = \pm \frac{a^2}{c}$.

Promienie wodzące punktu $M(x, y)$ leżącego na elipsie:

$$F_1M = a + \varepsilon x, \quad F_2M = a - \varepsilon x, \quad F_1M + F_2M = 2a.$$

Styczna do elipsy w punkcie $A(x_1, y_1)$:

$$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

Równanie wierzchołkowe elipsy:

$$y^2 = 2px - \frac{p}{a} x^2$$

Równanie hiperboli o ogniskach $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$ i rzeczywistej osi $A_1A_2 = 2a$:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ czyli } y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}, \text{ gdzie } a < c, \quad b^2 = c^2 - a^2.$$

Asymptoty hiperboli: $y = \pm \frac{b}{a} x$.

Mimośród hiperboli: $\varepsilon = \frac{c}{a}$. Parametr hiperboli: $p = \frac{b^2}{a}$. Kierownice hiperboli: $x = \pm \frac{a^2}{c}$.

Promienie wodzące punktu $M(x, y)$ leżącego na hiperboli:

$$F_1M = \varepsilon x + a, \quad F_2M = \varepsilon x - a, \quad F_1M - F_2M = 2a, \quad \text{gdzie } x \geq a;$$

$$F_1M = -\varepsilon x - a, \quad F_2M = -\varepsilon x + a, \quad F_2M - F_1M = 2a, \quad \text{gdzie } x \leq -a.$$

Styczna do hiperboli w punkcie $A(x_1, y_1)$:

$$\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

Hiperbole sprzężone:

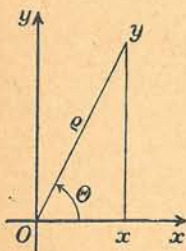
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$$

Równanie wierzchołkowe hiperboli:

$$y^2 = 2px + \frac{p}{a} x^2$$

Hiperbola równoosiowa odniesiona do asymptot:

$$xy = k, \text{ czyli } y = \frac{k}{x}, \quad (k \neq 0).$$



Związek współrzędnych biegunowych (ρ, Θ) ze współrzędnymi prostokątnymi (x, y) :

$$x = \rho \cos \Theta, \quad y = \rho \sin \Theta.$$

Równanie biegunowe prostej:

1. $\Theta = \varphi$ lub $\Theta = \varphi + 180^\circ$, gdy prosta przechodzi przez biegun;

2. $\rho = \frac{p}{\cos(\Theta - \alpha)}$, gdy prosta nie przechodzi przez biegun.

Równanie biegunowe okręgu koła o środku $C(a, a)$ i o promieniu r :

$$\rho^2 - 2a\rho \cos(\Theta - \alpha) + a^2 = r^2$$

Równanie biegunowe stożkowych

$$\rho = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \Theta}$$

(okrąg przy $\varepsilon = 0$, elipsa przy $0 < \varepsilon < 1$, parabola przy $\varepsilon = 1$, hiperbola przy $\varepsilon > 1$).

Spiralna Archimedes: $\rho = a\varphi$, ($a > 0$).

Spiralna logarytmiczna: $\rho = a^{\varphi}$, ($a > 0$, $a \neq 1$).

Pochodne

Jeżeli $u = f(x)$, to pochodna $u' = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

Jeżeli $u = f(x)$ i $u' = f'(x)$, to różniczka $du = u' dx$, gdzie dx jest dowolne.

Jeżeli $u = c$ (const.), to $u' = 0$.

Jeżeli $u = x$, to $u' = 1$ i $du = dx$, gdzie dx jest dowolne.

$$(u + c)' = u' \quad (uv)' = u'v + u v' = uv \left(\frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} \right)$$

$$(au)' = au'$$

$$(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw' = uvw \left(\frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w} \right)$$

$$(ax + b)' = a$$

$$\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{u}{v} \left(\frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} \right)$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$\left(\frac{a_1 x + b_1}{a_2 x + b_2} \right)' = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{(a_2 x + b_2)^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1} u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$$

$$\left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$(a^u)' = \ln a \cdot a^u u'$$

$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

$$(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n \sqrt[n]{u^{n-1}}}$$

$$(\log_a |u|)' = \log_a e \cdot \frac{u'}{u}$$

$$(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

$$(\arcsin u)' = -(\arccos u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$dF(u, v, w) = \frac{\partial F}{\partial u} du + \frac{\partial F}{\partial v} dv + \frac{\partial F}{\partial w} dw$$

$$(\operatorname{arctg} u)' = -(\operatorname{arccotg} u)' = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$d(u^v) = u^{v-1} v du + u^v \ln u dv$$

Jeżeli $u = f(y)$, $y = \varphi(x)$, to $u' = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$

Twierdzenie o średniej wartości w rachunku różniczkowym:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + h \cdot f'(x_0 + \Theta h), \text{ gdzie } 0 < \Theta < 1.$$

Całki

Jeżeli $F'(x) = f(x)$, to $F(x) = \int f(x) dx + C$ (C — stała całkowania)

$\int (u + v) dx = \int u dx + \int v dx$ (całkowanie przez rozkład)

$\int u dv = uv - \int v du$ (całkowanie przez części)

Jeżeli $u = \varphi(x)$, to $\int f(u) du = \int f[\varphi(x)] \varphi'(x) dx$
(całkowanie przez podstawienie)

$$\int dx = x + C, \quad \int a dx = ax + C,$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \int \frac{dx}{x^n} = \frac{-1}{(n-1)x^{n-1}} + C, \quad \int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C,$$

$(n \neq -1) \qquad (n \neq 1)$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C, \quad \int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}(\sqrt{x})^3 + C,$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C, \quad \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + C,$$

$(a \neq 0) \qquad (a \neq 0)$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln (x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + C,$$

$(a \neq 0)$

$$\int e^x dx = e^x + C, \quad \int \ln x dx = x(\ln x - 1) + C,$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad \int \log_a x dx = x(\log_a x - \log_a e) + C,$$

$(a > 0, a \neq 1)$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \operatorname{tg} x dx = -\ln |\cos x| + C, \quad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \operatorname{ctg} x dx = \ln |\sin x| + C, \quad \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C,$$

Jeżeli funkcja $f(x)$ jest ciągła w przedziale (a, b) i $\int f(x) dx = F(x)$, to

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Twierdzenie o średniej wartości w rachunku całkowym:

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) \cdot f(c), \quad \text{gdzie } a < c < b.$$

Alfabet grecki

$A \alpha$ alfa	$H \eta$ eta	$N \nu$ ni	$T \tau$ tau
$B \beta$ beta	$\Theta \theta$ teta	$\Xi \xi$ ksi	$\Upsilon \upsilon$ ypsilon
$\Gamma \gamma$ gamma	$I \iota$ jota	$O \omicron$ omikron	$\Phi \phi$ fi
$\Delta \delta$ delta	$K \kappa$ kappa	$\Pi \pi$ pi	χ chi
$E \epsilon$ epsilon	$\Lambda \lambda$ lambda	ρ ro	$\Psi \psi$ psi
$Z \zeta$ dzeta	$M \mu$ mi	$\Sigma \sigma$ sigma	$\Omega \omega$ omega

Sposób użycia tablic

Logarytmy liczb znajdujemy za pomocą tablic 2 i 3. A mianowicie z tablicy 2 (str. 4–5) bierzemy mantysy liczb od 1000 do 1999, np.:

$$\log 11,58 = 1,0637$$

Z tablicy 3 (str. 6–7) łatwo odczytujemy logarytmy liczb trzycyfrowych, np.:

$$\log 485 = 2,6857$$

Chcąc znaleźć za pomocą tab. 3 logarytm liczby czterocyfrowej, musimy do mantysy odpowiadającej trzem pierwszym cyfrom dodać poprawkę odpowiadającą czwartej cyfrze danej liczby. W ten sposób obliczamy np.:

$$\log 6,376 = 0,8041 + 0,0004 = 0,8045$$

$$\log 26,42 = 1,4216 + 0,0003 = 1,4219$$

Gdy mamy logarytmować liczbę mającą 5 cyfr wartościowych, zaokrąglamy ją do 4 cyfr wartościowych, a więc np.:

$$\text{zamiast } \log 4,0893 \text{ szukamy w tablicy } \log 4,089$$

$$\text{zamiast } \log 0,72398 \text{ szukamy w tablicy } \log 0,724$$

Uwaga. Jeżeli pierwszą cyfrą wartościową danej liczby jest 1, to może być celowe uwzględnienie poprawki odpowiadającej piątej cyfrze danej liczby. Tak np., jeżeli szukamy $\log 12,837$, to ponieważ

$$12,830 < 12,837 < 12,840$$

$$\text{zatem } \log 12,830 < \log 12,837 < \log 12,840$$

$$\text{czyli } 1,1082 < \log 12,837 < 1,1086$$

i zakładając, że przyrost logarytmu jest proporcjonalny do przyrostu liczby, znajdujemy:

$$\log 12,837 = 1,1082 + 0,7 \cdot 0,0004 = 1,1082 + 0,0003 = 1,1085$$

Logarytmy funkcji trygonometrycznych znajdujemy za pomocą tablic 4 i 5 (str. 8–14), pamiętając, że jeśli chodzi o znalezienie $\log \sin \alpha$ lub $\log \operatorname{tg} \alpha$, to stopnie odczytujemy w pierwszej kolumnie po stronie lewej, minuty — u góry, a poprawki dodajemy; jeżeli zaś mamy znaleźć $\log \cos \alpha$ lub $\log \operatorname{ctg} \alpha$, to stopnie szukamy w kolumnie po stronie prawej, minuty odczytujemy u dołu od prawej ręki ku lewej, a poprawki odejmujemy. Np. z tabl. 5 odczytujemy:

$$\log \sin 6^{\circ}12' = 1,0334$$

$$\log \sin 12^{\circ}37' = 1,3353 + 0,0040 = 1,3393$$

$$\log \cos 56^{\circ}24' = 1,7438 - 0,0008 = 1,7430$$

Uwaga. W niektórych przypadkach logarytm funkcji trygonometrycznej został powtórzony w dwóch kolejnych wierszach. W takim razie zaleca się dla osiągnięcia większej dokładności brać poprawki z wiersza dolnego — jeżeli chodzi o $\log \sin \alpha$ lub $\log \operatorname{tg} \alpha$, natomiast przy obliczaniu $\log \cos \alpha$ lub $\log \operatorname{ctg} \alpha$ — brać poprawki z wiersza górnego. A więc np.:

$$\log \sin 11^{\circ}28' = 1,2934 + 0,0050 = 1,2984$$

$$\log \operatorname{tg} 12^{\circ}47' = 1,3517 + 0,0041 = 1,3558$$

natomiast

$$\log \cos 78^{\circ}46' = 1,2934 - 0,0038 = 1,2896$$

$$\log \operatorname{ctg} 77^{\circ}24' = 1,3517 - 0,0024 = 1,3493$$

Wartości naturalne funkcji trygonometrycznych podane są w tablicach 8 i 9 (str. 16–19), których układ nie różni się od układu tablic poprzednio omówionych. Mamy tedy np.:

$$\operatorname{tg} 46^{\circ}11' = 1,0416 + 0,0006 = 1,0422$$

$$\operatorname{ctg} 25^{\circ}17' = 2,128 - 0,011 = 2,117$$

Kwadraty liczb podane są w tablicy 10 (str. 20—21). Kwadraty liczb dwucyfrowych podane są w kolumnie mającej u góry napis 0; np.:

$$77^2 = 5929$$

Chcąc znaleźć kwadrat liczby trzycyfrowej musimy do podanej w tablicach wartości dodać jeszcze poprawkę (dodatnią lub ujemną) znajdującą się u dołu odpowiedniej kolumny, np.:

$$45,6^2 = 2079,4$$

Jeżeli chodzi o znalezienie kwadratu liczby czterocyfrowej, to do kwadratu liczby trzycyfrowej dodajemy poprawkę znajdującą się w tym samym wierszu, np.:

$$52,47^2 = 2745,8 + 7,3 = 2753,1 \text{ (w V stopniu dokładności)}$$

Sześciany liczb znajdziemy na str. 22—23. Dla liczb dwucyfrowych podane są sześciany dokładne, np.:

$$8,7^3 = 658,503, \text{ a więc } 87^3 = 658\,503$$

Natomiast dla liczb trzycyfrowych podano sześciany przybliżone, np.:

$$8,76^3 = 672,2$$

Tablice te mogą być użyte do obliczania pierwiastków sześciennych, np.:

$$\sqrt[3]{7} = 1,91 \quad \sqrt[3]{70} = 4,12 \quad \sqrt[3]{700} = 8,88$$

Sposób posługiwania się tablicami 15 i 16 (str. 28—29) zrozumiemy najlepiej na przykładach:

1. Wpłacając przez 22 lata na początku każdego roku po 4000 zł na 5 % (procenty składane) uzbieramy kwotę (tab. 15):

$$S_{22} = 4000 \cdot 40,43048 = 161\,721,92 \text{ zł}$$

2. Zamiast wpłacać corocznie po 4000 zł, uzyskalibyśmy ten sam wynik wpłacając jednocześnie z góry kwotę (tab. 15):

$$R_{22} = 4000 \cdot 13,82115 = 55\,284,60 \text{ zł}$$

Wynik ten łatwo sprawdzić za pomocą tab. 14. Powinno być: $R_n \cdot r^n = S_n$.

3. Pożyczkę wynoszącą 320 000 zł i zaciągniętą na 4 % (procenty składane) mamy spłacić w ciągu 25 lat. Każda rata wynosić będzie (tab. 16):

$$320\,000 \cdot 0,06401 = 20\,483,20 \text{ zł}$$

Tablice słoneczne (str. 48 i 49) zawierają deklinację Słońca, równanie czasu i czas gwiazdowy o północy czasu uniwersalnego (dla południka Greenwich) na rok 1950.

Aby otrzymać deklinację Słońca i równanie czasu o północy czasu środkowo-europejskiego dla jakiegokolwiek dnia innego roku, musimy obliczyć δ i τ przez interpolację pod daną datą + $(k - l)$ dni, gdzie dla czasu środkowo-europejskiego normalnego (tzn. dla południka 15° na wschód od Greenwich) należy wziąć $l = 1^h = 0,042^d$, a dla czasu środkowo-europejskiego letniego (tzn. według 30° długości wschodniej) należy wziąć $l = 2^h = 0,083^d$; wartości k znajdujemy w tablicach słonecznych u dołu (dla 1950 roku $k = 0$).

Jeżeli np. chcemy obliczyć deklinację Słońca o północy dnia 15 marca 1948 r. (według czasu środkowo-europejskiego), to mamy $k = +0,484$, $l = 0,042$, a więc $k - l = +0,442$, i obliczamy deklinację Słońca dla daty: marzec $(15 + 0,442)$, czyli marzec 15,442. Ponieważ deklinacje podane w tablicach dla 15 marca ($\delta = -2^\circ 27'$) i dla 16 marca ($\delta = -2^\circ 03'$) różnią się o $+24'$, zatem mamy:

$$\delta = -2^\circ 27' + 0,442 \cdot (+24') = -2^\circ 27' + 11' = -2^\circ 16'$$

Jeżeli zaś będziemy chcieli obliczyć równanie czasu o północy dnia 20 sierpnia 1955 r. według czasu środkowo-europejskiego letniego, to mamy $k = -0,211$, $l = 0,083$, a więc $k - l = -0,294$, i obliczamy równanie czasu dla daty: sierpień (20 — 0,294), czyli sierpień 19,706. Ponieważ równania czasu dla 19 sierpnia ($\tau = -3^m 47^s$) i 20 sierpnia ($\tau = -3^m 33^s$) różnią się o $+14^s$, zatem mamy:

$$\tau = -3^m 47^s + 0,706 \cdot (+14^s) = -3^m 47^s + 10^s = -3^m 37^s$$

Gdyby chodziło o znalezienie deklinacji Słońca lub równania czasu w styczniu lub w lutym, to musielibyśmy brać pod uwagę, czy dany rok jest zwyczajny, czy przestępny. Daty w tablicach odnoszą się do lat zwyczajnych, natomiast dla lat przestępnych musimy w styczniu i w lutym odjąć od daty 1 dzień.

Jeżeli np. chcemy znaleźć równanie czasu dla Greenwich 5 lutego 1948 r. ($k = +0,484$, $l = 0$), to z tablic bierzemy wartość τ dla daty: luty (5 — 1 + 0,484), czyli luty 4,484, i znajdujemy:

$$\tau = -13^m 56^s + 0,484 \cdot (-6^s) = -13^m 56^s - 3^s = -13^m 59^s$$

Chcąc wyznaczyć równanie czasu o godz. 15 czasu środkowo-europejskiego w dniu 25 lutego 1948 r. ($k = +0,484$, $l = 0,042$), musielibyśmy godz. 15 zamienić na ułamek doby: $15^h = 0,625^d$ i obliczyć τ dla daty: luty (25 — 1 + 0,484 — 0,042 + 0,625), czyli luty 25,067, i otrzymalibyśmy:

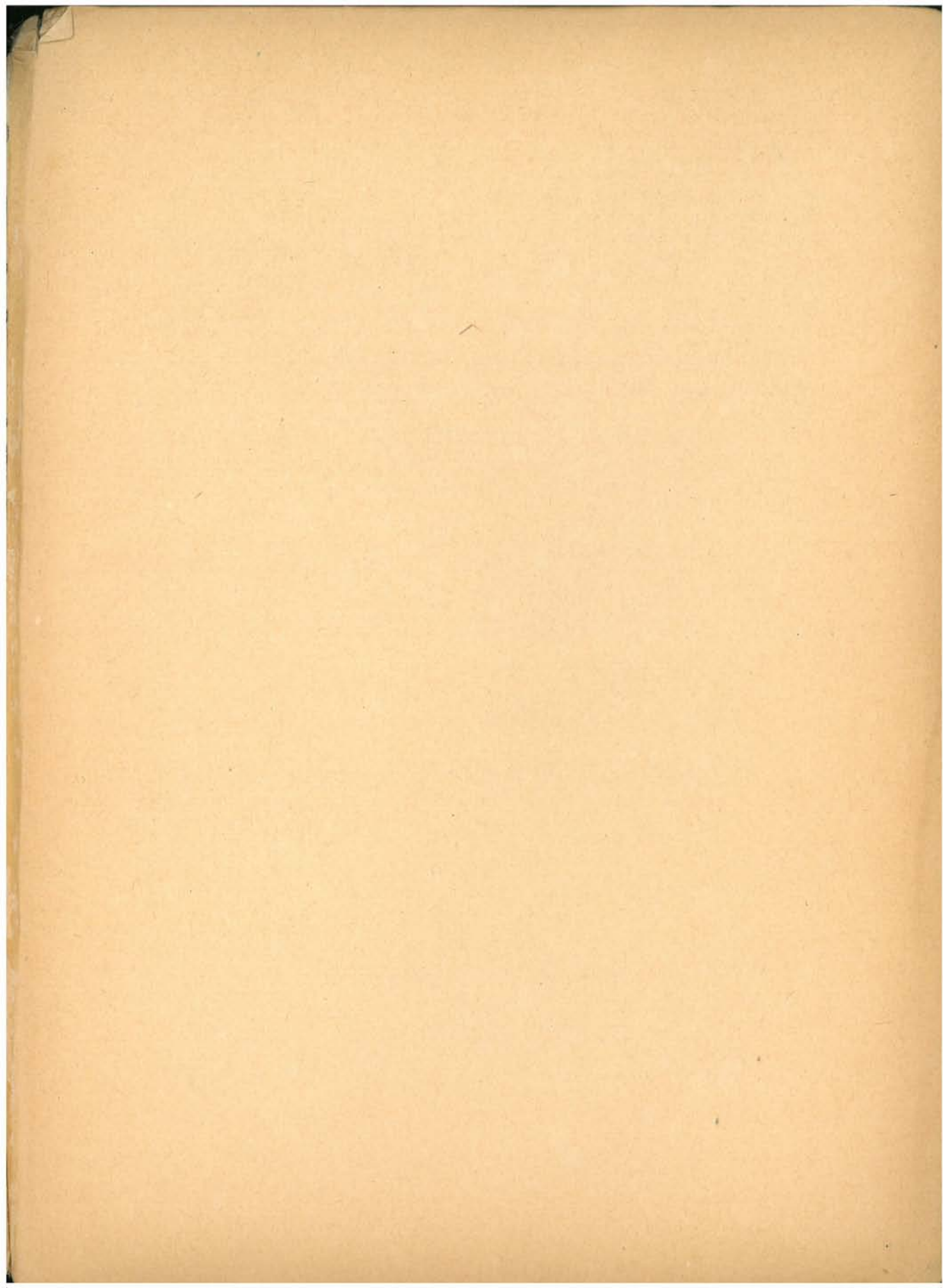
$$\tau = -13^m 19^s + 0,067 \cdot (+10^s) = -13^m 19^s + 1^s = -13^m 18^s.$$

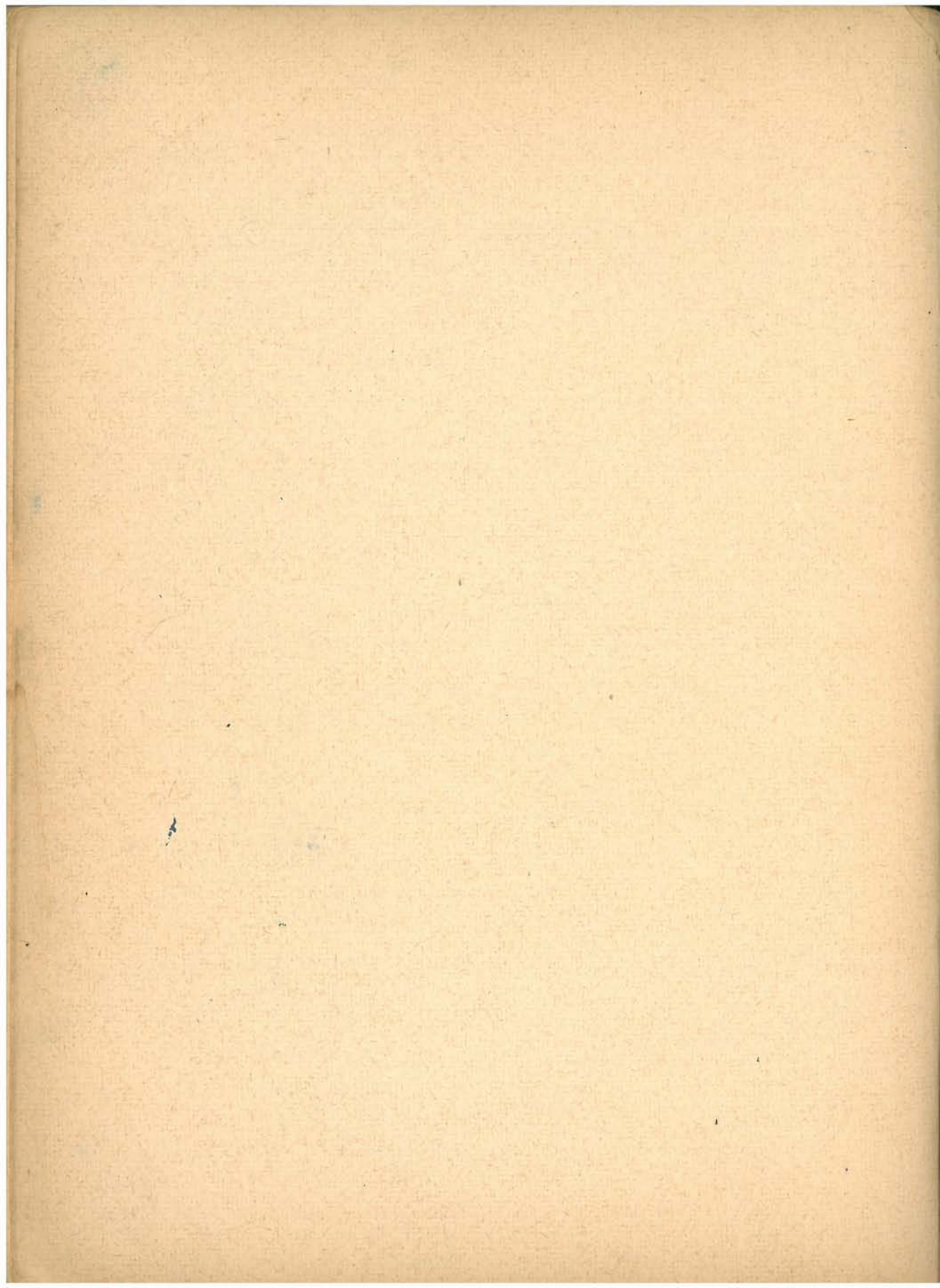
W taki sam sposób postępujemy przy obliczaniu czasu gwiazdowego Θ .

SPIS TABLIC

	Str.
1. Niektóre stałe matematyczne	3
2. Logarytmy liczb $1000 \div 1999$	4
3. Logarytmy liczb $1 \div 10\,000$	6
4. Logarytmy tangensów i cotangensów	8
5. Logarytmy sinusów i cosinusów	12
6. Zamiana stopni na radiany i odwrotnie	15
7. Zamiana „tysięcznych“ na stopnie	15
8. Wartości tangensów i cotangensów	16
9. Wartości sinusów i cosinusów	18
10. Kwadraty liczb $1,000 \div 9,999$	20
11. Sześciiany liczb $1,00 \div 9,99$	22
12. Odwrotności, pierwiastki kwadratowe, długości okręgów i pola kół ...	24
13. Czynniki pierwsze liczb niepodzielnych przez 2, 3 i 5	25
14. Procenty składane	26
15. Kapitalizacja równych rat wpłacanych z góry	28
16. Amortyzacja równymi ratami płatnymi z dołu	29
17. Logarytmy siedmiocyfrowe czynników procentowych	29
18. Metrologia	30
19. Wymiary Ziemi	31
20. Przyspieszenie grawitacyjne	31
21. Jednostki dynamiczne. Stała grawitacji powszechnej	31
22. Jednostki czasu	31
23. Jednostki elektryczne	32
24. Prędkości	34
25. Prędkości ruchu obrotowego	34
26. Współczynniki tarcia przy ślizganiu	34
27. Tarcie przy toczeniu	34
28. Ciężar właściwy (gęstość) według skali Baumégo	35
29. Gęstości ciał i dane termiczne	35
30. Ciepło właściwe gazów	37
31. Ciepło spalania	37
32. Rozpuszczalność w wodzie	37
33. Mieszanki chłodzące	37
34. Diatoniczna gama muzyczna	37
35. Redukcja barometru do 0°C	38
36. Prężność par nasyconych w temperaturze $t^{\circ}\text{C}$	38
37. Redukcja objętości i gęstości gazu do 0°C i do 760 mm	39
38. Prężność i gęstość pary wodnej nasyconej	39
39. Sprężystość i wytrzymałość	40
40. Długość fal widma elektromagnetycznego	40
41. Współczynniki załamania ciał przezroczystych	40
42. Opór elektryczny ciał stałych	41
43. Przewodnictwo elektrolitów	41
44. Przewodnictwo izolatorów	41
45. Stała dielektryczna (w temperaturze 18°C)	41

	Str.
46. Siła elektromotoryczna ogniów (w woltach)	41
47. Równoważniki elektrochemiczne	42
48. Stałe atomowe	42
49. Układ okresowy pierwiastków	43
50. Pierwiastki chemiczne i ich naturalne izotopy	44
51. Główne dane o układzie słonecznym	49
52. Tablice słoneczne na rok 1950	50
53. Czas gwiazdowy o północy czasu uniwersalnego na rok 1950	50
54. Gwiazdy (miejsca średnie w roku 1950)	52
55. Refrakcja astronomiczna	52
Wzory matematyczne	53
Alfabet grecki	79
Sposób użycia tablic	80





122
 155
 12
 1035

85
 21 645 2255
 - 1040
 1245
 75

Cena zł 8,20

1
 1



100
 100
 100
 100
 100