Referat

o pracy doktorskiej doc. Mieczysława Warmusa.

W teorii nomografii podstawowe znaczenie mają dwa zagadnienia, które w dalszym ciągu nazywać będę zagadnieniem nomogramowalności równania i nomogramowalności funkcji.

Pierwsze z tych zagadnień składa się z trzech pytań :

1° jakie kryteria pozwalają poznać, czy równanie F = 0, którego lewa strona jest funkcją trzech zmiennych x,y,z, da się zastąpić równoważnym równaniem, którego lewa strona jest wyznacznikiem Massau, o wierszach złożonych kolejno z funkcji zmiennych x,y i z;

2° jeżeli kryteria znalezione dają odpowiedź pozytywną, w jaki sposób można skonstruować odpowiedni wyznacznik Massau;

3° jaka jest liczba rzutowo nie równoważnych postaci wyznacznika Massau dla danego równania; to ostatnie pytanie nosi nazwę problemu jednoznaczności nomogramu.

Sformułowanie drugiego zagadnienia otrzymamy, jeżeli w poprzednim wysłowieniu wyrażenie „równanie F = 0" zastąpimy słowami „funkcja F" a termin „równoważność" terminem „równość". Zauważyć należy, że w literaturze przedmiotu, poza jednym wyjątkiem, nie spotyka się wyraźnego sformułowania i odróżnienia obu zagadnień.

Ponieważ nomografia jest nauką, której celem są praktyczne zastosowania w technice, przeto należy tu dołączyć postulat, ażeby odpowiedzi na wszystkie trzy pytania w obu zagadnieniach miały charakter praktycznych recept wymagających wyłącznie wykonania elementarnych działań algebraicznych.

O ile chodzi o pierwsze zagadnienie, to można stwierdzić, że nie znalazło ono dotychczas rozwiązania mimo pracy R.H. Gronwalla z r.1912, która pierwsze pytanie sprowadza do zagadnienia, czy pewne dwa równania o pochodnych cząstkowych drugiego rzędu mają wspólne rozwiązanie. Jest to wynik teoretycznie interesujący ale praktycznie bez wartości. Gronwall wypowiedział także twierdzenie, dające rozwiązanie problemu jednoznaczności i zapowiedział ogłoszenie dowodu, praca jego na ten temat wcale się jednak nie ukazała tak, że twierdzenie Gronwalla pozostaje nadal hipotezą bardzo trudną do rozwiązania.

Zagadnienie nomogramowalności funkcji, łatwiejsze od poprzedniego, było przedmiotem prac trzech matematyków : Duporcq'a (1898), Kellogа (1915) i Wilnera (1953). Pierwsze dwie z tych prac nie dają pełnej odpowiedzi na wszystkie wymienione poprzednio pytania a nadto są dalekie od spełnienia postulatu, któryby umożliwiał ich praktyczną użyteczność. Należy jednak zauważyć, że praca Kellogа wprowadza pewne pojęcia, które przez doc. Warmusa zostały w jego pracy systematycznie rozwinięte i umiejętnie zastosowane do zagadnienia nomografowalności funkcji. Większą wartość od prac tych dwóch autorów mają dwie krótkie noty A.N. Wilnera ogłoszone w 1953 r. w Dokładach Akad. Nauk i w Uspiechach matematycznych. Noty te mają charakter tymczasowych komunikatów i zawierają twierdzenia bez dowodów, które dotychczas nie zostały opublikowane. Twierdzenia i kryteria zawarte w tych notach nadają się do bezpośredniego praktycznego zastosowania, podają nadto metodę, która pozwala poznać, w jakich przypadkach funkcja nienomogramowalna staje się nią po pomnożeniu przez odpowiedni czynnik. Zagadnienie nomogramowalności funkcji zostało w ten sposób nieco uogólnione. Ujemną cechą wyników Wilnera jest fakt, że wymagają one spełnienia pewnych założeń regularności, wyłączając w ten sposób ~~xxxxxx~~ przypadki, z którymi spotykamy się często w praktyce. Wilner pomija nadto zupełnie problem jednoznaczności nomogramu.

Doc. Warmus postawił sobie za zadanie rozwiązać w zupełności zagadnienie nomogramowalności funkcji t.j. dać odpowiedź na wszystkie trzy postawione na wstępie pytania nie ograniczając zakresu funkcji, ~~xxxxxx xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx~~ które mają być przedmiotem badań oraz nadając twierdzeniom taką postać, ażeby ich zastosowanie wymagało jedynie wykonania elementarnych działań algebraicznych. Można stwierdzić, że program ten został w zupełności zrealizowany : metoda doc. Warmusa nie jest wprawdzie tak elegancka jak algebraiczno-wektorowa metoda Wilnera, nie zawiera jednak żadnych założeń zacieśniających zakres funkcji, do których ją można stosować, definiuje w naturalny sposób pojęcie równoważności dwóch rozwiązań i określa w każdym przypadku liczbę nierównoważnych rozwiązań. Moim przekonaniem jest również , że w zastosowaniach ta metoda jest wygodniejsza niż metoda Wilnera.

Praca doc. Warmusa składa się z siedmiu rozdziałów. Pierwszy z nich zawiera kryteria, za pomocą których możemy rozstrzygnąć pytanie, czy dane funkcje jednej zmiennej są liniowo zależne czy też nie. Ponieważ zakłada się, że funkcje te są określone na dowolnym zbiorze elementów i nie czyni się żadnych założeń o własnościach tych funkcji, przeto Autor nie mógł tutaj korzystać ze znanych teorii, lecz musiał ustalić nowe, ogólnie ważne i łatwe w zastosowaniach kryteria.

Rozdział II poświęcony jest pewnej klasie funkcji dwóch zmiennych, które w dalszym ciągu nazywać będę funkcjami klasy (A). Chodzi tutaj o takie funkcje zmiennych u i v, które dadzą się przedstawić w postaci skończonej sumy dwóch czynników, z których jeden jest funkcją zmiennej u a drugi funkcją zmiennej v. Jeśli funkcja jest klasy (A), to istnieje nieskończenie wiele jej przedstawień w postaci opisanej poprzednio sumy. Najmniejszą liczbę wyrazów występujących w różnych przedstawieniach nazywa Autor rangą funkcji, podaje kryteria, za pomocą których można poznać, czy dana funkcja należy do klasy (A) i jaka jest ewentualnie jej ranga oraz opisuje metodę konstrukcji składników sumy w normalnym przedstawieniu funkcji n-ej rangi. Twierdzenia tego rozdziału mają podstawowe znaczenie dla dowodów głównych twierdzeń, są one jednak interesujące niezależnie od tego celu i mogą znaleźć zastosowanie także w innych zagadnieniach matematyki. W pracy nie ogłoszonej dotychczas Autor zastosował je do zagadnienie aproksymacji funkcji ciągłej za pomocą funkcji klasy (A).

Na pojęciu funkcji rangi klasy (A) oparte jest zdefiniowane w następnym rozdziale pojęcie rangi względnej funkcji trzech zmiennych względem jednej z nich a następnie sprecyzowanie pojęcia nomogramowalnej funkcji dokonane w sposób wyłączający przypadki trywialne, w których nomografia staje się zbędną. Głównym wynikiem tego rozdziału jest klasyfikacja zbioru funkcji nomogramowalnych. Za pomocą dokładnej analizy udowadnia Autor, że ogół tych funkcji można podzielić na osiem wyłączających się klas i ustala kryteria, które pozwalają ustalić klasę, do której dana funkcja nomogramowalna należy.

Czwarty najważniejszy rozdział pracy zawiera dowód dwóch głównych twierdzeń : pierwsze z nich określa warunki konieczne i wystarczające, ażeby funkcja była nomogramowalna, drugie określa liczbę nierównoważnych postaci wyznacznika Massau dla funkcji nomogramowalnych każdej z ośmiu klas. Z tego drugiego twierdzenia wynika, że mogą istnieć najwyżej dwa nierównoważne rozwiązania zagadnienia.

W następnym, piątym rozdziale przedstawił Autor przejrzysty schemat operacji, które należy kolejno wykonać, ażeby odpowiedzieć na pytanie, czy dana funkcja jest nomogramowalna i ażeby wyznaczyć ewentualnie wszystkie nierównoważne wyznaczniki Massau, za pomocą których można ją przedstawić. Szósty rozdział zawiera kilka szczegółowo rozwiniętych przykładów ilustrujących ogólny schemat.

Wszystkie rozważania w pracy doc. Warmusa są najzupełniej poprawne pod względem naukowym a poważne trudności rachunkowe, które są nieodzownie związane z tego rodzaju zagadnieniami, zostały pokonane z wielką zręcznością. Praca napisana jest również z wielkim talentem dydaktycznym, co umożliwi korzystanie z niej przez osoby zajmujące się zastosowaniami matematyki do techniki. Do zrozumienia pracy obok znajomości matematyki elementarnej wystarcza znajomość podstawowych pojęć z teorii macierzy i wyznaczników.

Na podstawie analizy pracy doc. Warmusa i porównania jej z innymi pracami przedmiotu mogę stwierdzić, że jest ona samodzielnym i twórczym wkładem do nauki, jest nadto pierwszym zupełnym rozwiązaniem zagadnienia interesującego pod względem teoretycznym a ważnego dla potrzeb praktyki. Wymagania §22 Rozporządzenia Rady Min. z dnia 26.IV. 1952 o nadawaniu stopni naukowych są przez tę pracę w całości spełnione. Dlatego zgłaszam wniosek, ażeby pracę doc. Mieczysława Warmusa p.t. Funkcje nomogramowalne przyjąć jako pracę doktorską i wyznaczyć termin jej publicznej obrony. Dla poparcia tego wniosku należy nadmienić, że doc. Warmus jest pierwszym i jak dotąd jedynym matematykiem polskim, dla którego głównym przedmiotem zainteresowań i badań naukowych są zagadnienia matematyki stosowanej i który na tym polu uzyskał już wiele cennych i ważnych wyników.

Wrocław, dnia 23. października 1957r.

Władysław Ślebodziński