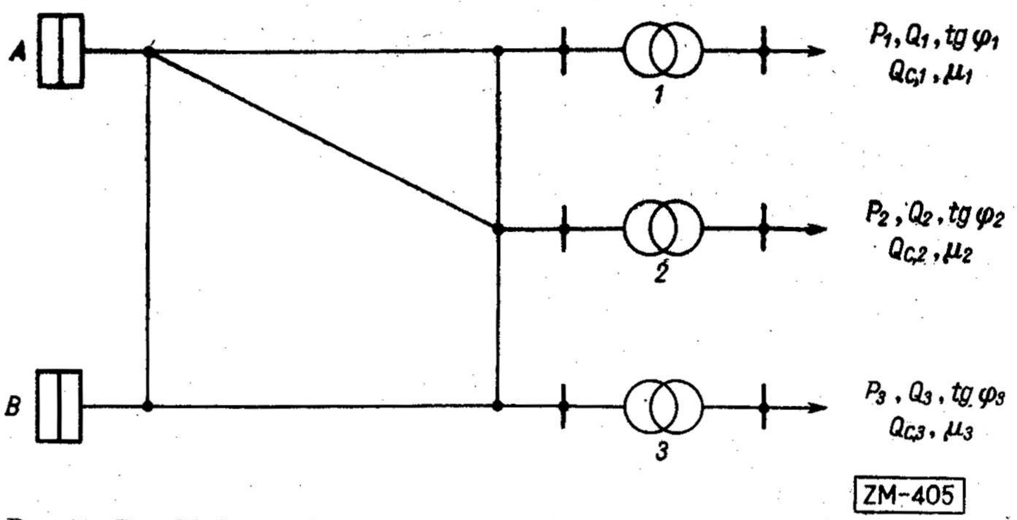
ZASTOSOWANIA MATEMATYKI
VI (1963)

Z. JASICKI (Poznań), J. KORDYLEWSKI (Kraków)
i G. KUDELSKI (Warszawa)

ZASTOSOWANIE MASZYNY MATEMATYCZNEJ PARK *DO OBLICZANIA STOPNIA KOMPENSACJI MOCY BIERNEJ W SIECIACH ELEKTROENERGETYCZNYCH*

Moc bierną można wytwarzać centralnie w elektrowniach, bądź też w lokalnych kompensatorach lub bateriach kondensatorowych umieszczonych w pobliżu odbiorców energii. W pierwszym przypadku trzeba się liczyć z dodatkowymi kosztami, wynikającymi ze wzrostu ceny generatorów, a także z obniżenia ich sprawności spowodowanego produkcją mocy biernej. Ponadto, moc tę musi się z elektrowni przesyłać do odbiorców, co powiększa straty mocy czynnej w sieciach wysokiego, średniego i niskiego napięcia oraz ogranicza zdolność przesyłową linii i transformatorów, a więc powoduje konieczność ustawienia dodatkowych transformatorów lub budowania dodatkowych linii. Związane z tym



Rys. 1. Przykładowa sieć energetyczna obejmująca elektrownie A i B, sieć najwyższego napięcia oraz sieci rozdzielcze 1-3

koszty inwestycyjne przyczyniają się do wzrostu corocznych kosztów stałych sieci. Z drugiej strony, baterie kondensatorów wymagają również nakładów inwestycyjnych, a ponadto powodują straty mocy czynnej.

Sieć energetyczna przedstawiona na rysunku 1 obejmuje elektrownie A i B, sieć najwyższego napięcia oraz sieci rozdzielcze 1 - 3. W każdej z tych sieci odbierana jest pewna moc czynna P_i oraz bierna Q_i, przy czym są one związane naturalną wartością współczynnika mocy $\operatorname{tg}\varphi_i$. Do odciążenia sieci od zbędnego przepływu mocy biernej konieczne jest ustawienie w sieciach rozdzielczych baterii kondensatorowych o mocach $Q_{c,i}$. Dzięki nim osiągnięty zostanie ekonomiczny współczynnik mocy biernej μ_i, a koszty eksploatacyjne sieci obniżą się od wielkości $K(\operatorname{tg}\varphi_1, \operatorname{tg}\varphi_2, \operatorname{tg}\varphi_3)$ do poziomu $K(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$. Oszczędność kosztów wyniesie

$$(1)\quad Z(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n) = K(\operatorname{tg}\varphi_1, \operatorname{tg}\varphi_2, \ldots, \operatorname{tg}\varphi_n) - K(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n),$$

przy czym równanie to napisano od razu dla przypadku ogólnego — dla n sieci rozdzielczych.

W powyższej zależności mamy niewiadome wielkości współczynników $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$. Dobieramy je w ten sposób, by odpowiadały one maksymalnym oszczędnościom finansowym, czyli $Z_{\max}$. Obliczenie nieznanych wielkości $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$, przeprowadzimy przy użyciu funkcji pomocniczej Lagrange'a λF, którą tworzymy z dowolnego warunku dodatkowego, np. postulując, by koszt zainstalowania baterii zwrócił się w postaci uzyskanych oszczędności w ciągu m lat. Ostateczną postacią funkcji będzie

$$(2)\qquad G = Z + \lambda F,$$

a warunki zapewniające maksymalną oszczędność uzyskamy przez rozwiązanie układu równań

$$(3)\qquad \frac{\partial G}{\partial \mu_1} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \mu_2} = 0, \quad \ldots, \quad \frac{\partial G}{\partial \mu_n} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \lambda} = 0,$$

przy czym postać tych równań zależy od wyrażeń określających oszczędności finansowe w każdym z elementów sieci.

Moce czynne i bierne, odbierane przez odbiorców z sieci, rosną corocznie, przy czym przyrosty te — jeśli potraktujemy sprawę statystycznie — można wyrazić jako

$$q = \frac{P_i}{P_{i-1}} > 1,$$

gdzie q można przyjąć za wielkość stałą w danej sieci w ciągu kilku lat. W wyniku tego, wielkość corocznych oszczędności zmienia się nieustannie, a ich sumę za okres n lat będzie można wyrazić jako sumę odpowiedniego postępu geometrycznego.

Można wymienić cztery różne przypadki mające decydujący wpływ na wielkość oszczędności inwestycyjnych w sieciach:

1. jeśli budujemy nową sieć, a równocześnie od razu przewidujemy baterie do kompensacji mocy biernej, to dzięki ich zainstalowaniu będzie

można zakupić transformatory o mniejszej mocy oraz zbudować linie przesyłowe o mniejszych przekrojach przewodów; zatem baterie kondensatorowe przyniosą realne korzyści finansowe w nakładach inwestycyjnych;

2. jeśli sieć istnieje, a wchodzące w jej skład linie i transformatory są niedociążone, to zainstalowanie baterii nie przyniesie żadnych oszczędności typu inwestycyjnego, natomiast dzięki bateriom zmniejszą się prądy bierne płynące z elektrowni do odbiorców, co spowoduje zmniejszenie strat mocy czynnej; ich zaoszczędzony koszt zmniejsza wydatki eksploatacyjne;

3. jeśli w istniejącej sieci niektóre linie lub transformatory są niedociążone, inne zaś w pełni wykorzystane, to pierwsze z nich dadzą nam po zainstalowaniu baterii jedynie oszczędności eksploatacyjne, podczas gdy drugie wykażą się oszczędnościami inwestycyjnymi;

4. jeśli w istniejącej sieci w ciągu rozpatrywanego okresu n lat zmieni się poważnie układ połączeń (np. przez dobudowanie dodatkowego punktu zasilania), to trzeba będzie rozpatrywać okres początkowy oraz oddzielnie obliczać oszczędności dla okresu drugiego.

Wyprowadzone wzory na oszczędności typu inwestycyjnego jak i typu eksploatacyjnego wykazują podobną budowę; dla dowolnego elementu sieci można je wyrazić w postaci

$$\Delta K_i = A_i - \mu_i A_i' - \mu_i^2 A_i'', \tag{4}$$

przy czym współczynniki A_i, A_i', A_i'' będą miały różne znaczenie, zależnie od tego, czy odnoszą się one do generatorów, transformatorów, czy też linii, a ponadto w zależności od rodzaju oszczędności występującej w danym elemencie sieciowym. Przykładem mogą być współczynniki równania, wyrażającego oszczędności inwestycyjne transformatora dostosowanego do obciążenia P_2, oraz do $\cos\varphi_2$, przewidywanego po upływie n lat, a posiadającego prąd biegu jałowego J_0 oraz napięcie zwarcia l_z, gdy wiadomo, że zależność kosztu transformatora od jego mocy można przedstawić — w przybliżeniu — linią prostą o współczynniku nachylenia a:

$$A_i = naP_2\left\{\frac{q^{n-1}}{\cos\varphi_2}[1+(J_0+l_z)\sin\varphi_2] - q_0^{n-1}\right\},$$

$$A_i' = naP_2 q_0^{n-1}(J_0+l_z),$$

$$A_i'' = naP_2\frac{q_0^{n-1}}{2};$$

q jest tu współczynnikiem corocznego naturalnego wzrostu obciążenia pozornego w sieci, a q_0 analogicznym współczynnikiem wzrostu obciążenia pozornego w sieci skompensowanej.

Ponieważ oszczędności dla wszystkich elementów sieciowych mają podobną budowę, więc przy ich sumowaniu — dla wyrażenia oszczędności w całej sieci — nie występują żadne poważniejsze trudności. Zgodnie z ogólnymi zasadami elektrotechniki będziemy stosować sumowanie wyrażeń dla elementów sieciowych połączonych szeregowo, oraz średnich ważonych dla elementów równoległych lub też rozgałęzionych.

Koszt zainstalowania baterii kondensatorowych w sieciach oraz koszt energii straconej w dielektryku kondensatorów można również — bez trudności — wyrazić jako funkcję zmiennych niezależnych $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$, gdyż moc każdej baterii wyraża się bezpośrednio jako $P_i \operatorname{tg} \varphi_i (1-\mu_i)$. A zatem wszystkie składniki kosztów związanych z wprowadzeniem baterii do sieci uzależniliśmy od zmiennych niezależnych $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$. Wskutek tego oszczędność globalna Z, funkcja pomocnicza λF oraz G będą również zależne od tych samych zmiennych niezależnych (wzór (2)).

Jeśli więc przy planowaniu kompensacji mocy biernej braliśmy pod uwagę okres n lat, a żądamy, by uzyskane dzięki nim oszczędności zwróciły nam wydatki związane z ich zainstalowaniem w ciągu m lat, to otrzymamy następujący układ równań 2-go stopnia:

$$
(5) \qquad
\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial \mu_1} &= B_1\mu_1 + B_2\mu_2 + \ldots + B_n\mu_n + \frac{D_1 + \lambda D_2}{\lambda D_3 - D_4} = 0, \\
\frac{\partial G}{\partial \mu_2} &= B_1'\mu_1 + B_2'\mu_2 + \ldots + B_n'\mu_n + \frac{D_1' + \lambda D_2'}{\lambda D_3' - D_4'} = 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{\partial G}{\partial \mu_n} &= B_1^{(n)}\mu_1 + B_2^{(n)}\mu_2 + \ldots + B_n^{(n)}\mu_n + \frac{D_1^{(n)} + \lambda D_2^{(n)}}{\lambda D_3^{(n)} - D_4^{(n)}} = 0, \\
\frac{\partial G}{\partial \lambda} &= Z\left(\frac{m}{n}\right) - K_c = 0,
\end{aligned}
$$

gdzie K_c jest globalnym kosztem wszystkich baterii kondensatorowych w sieci.

Ze względu na związki między współczynnikami układu równań (5) i kształt funkcji Z oraz K_c, układ ten można napisać jako n równań postaci

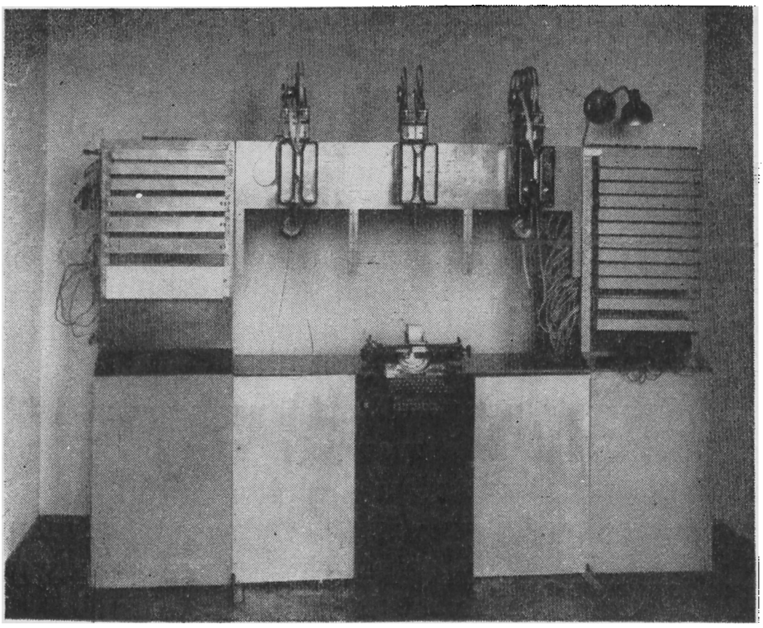
$$
(6) \qquad
\begin{aligned}
2a_{11}\mu_1 + a_{12}\mu_2 + \ldots + a_{1n}\mu_n &= b_1 t + c_1, \\
a_{12}\mu_1 + 2a_{22}\mu_2 + \ldots + a_{2n}\mu_n &= b_2 t + c_2, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
a_{1n}\mu_1 + a_{2n}\mu_2 + \ldots + 2a_{nn}\mu_n &= b_n t + c_n,
\end{aligned}
$$

oraz $(n+1)$-sze równanie postaci

$$
\begin{aligned}
(7) \qquad & a + a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \ldots + a_n\mu_n + \\
& + a_{11}\mu_1^2 + a_{12}\mu_1\mu_2 + \ldots + a_{1n}\mu_1\mu_n + \\
& + a_{22}\mu_2^2 + \ldots + a_{2n}\mu_2\mu_n + \\
& \ldots\ldots\ldots \\
& + a_{nn}\mu_n^2 = 0
\end{aligned}
$$

o n niewiadomych $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ i $(n+1)$-szej niewiadomej pomocniczej t.

Pierwszych n równań (6) stanowi układ n równań liniowych o n niewiadomych z jednym parametrem t, $(n+1)$-sze równanie (7) jest pełnym równaniem drugiego stopnia o niewiadomych $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$.



ZM-406

Rys. 2. Przekaźnikowy Automat do Rachunków Krakowianowych PARK

Układ ten można rozwiązać na automacie rachunkowym PARK.

Przekaźnikowy Automat do Rachunków Krakowianowych (PARK) (rys. 2) jest cyfrową maszyną specjalną przystosowaną do wykonywania obliczeń na ciągach liczb i w związku z tym ma oryginalny (bezadresowy) kod rozkazów. Automat PARK składa się z trzech zasadniczych części: arytmometru, pamięci i urządzenia sterującego. Rolę arytmometru spełnia mechaniczna maszyna fakturująca, pamięć na taśmach dziurkowanych zbudowana jest z elementów sprzętu dalekopisowego, a urządzenie sterujące rozwiązano za pomocą przekaźników.

Maszyna fakturująca składa się z urządzenia nastawczego, trzech liczników oraz rejestru mnożnej i iloczynu. Do urządzenia nastawczego wprowadza się liczbę za pomocą impulsów elektrycznych, przykładanych do jednego z dziesięciu przewodów wejściowych maszyny. Również za pomocą impulsu elektrycznego przyłożonego do jednego z przewodów sterujących maszyny fakturującej można liczbę znajdującą się w urządzeniu nastawczym przesłać do rejestru mnożnej, dodać (odjąć) do liczby zawartej w jednym z trzech liczników lub pomnożyć przez liczbę przesłaną uprzednio do rejestru mnożnej. Iloczyn otrzymany w tym ostatnim przypadku (znajdujący się w rejestrze iloczynu) można również dodać (odjąć) do zawartości dowolnego licznika. Przy wyprowadzaniu liczb zawartych w poszczególnych licznikach lub w rejestrze iloczynu otrzymuje się kolejno na jednym z dziesięciu przewodów wyjścia maszyny fakturującej impulsy elektryczne odpowiadające danym cyfrom wyniku. W trakcie wyprowadzania wyniku liczniki zerują się; każdy licznik można jednak automatycznie nastawić na liczbę zeń wyprowadzoną. W tym celu należy spowodować odpowiednim impulsem sterującym, by cyfry wyprowadzane z licznika wchodziły do urządzenia nastawczego, a następnie wracały do licznika. Liczby wprowadzane i wyprowadzane z maszyny fakturującej są automatycznie zapisywane za pomocą drukarki połączonej z przewodami wejścia i wyjścia. Maszyna fakturująca nie realizuje w sposób bezpośredni operacji dzielenia. Dzielenie można jednak wykonać za pomocą odpowiedniego podprogramu. Dużą zaletą maszyny fakturującej jest możność wprowadzania i wyprowadzania liczb i rozkazów za pomocą impulsów elektrycznych, co umożliwia automatyczną współpracę z pamięcią i urządzeniem sterującym.

Liczby są zapamiętywane przez trzy podzespoły dziurkująco-odczytujące taśmę papierową. Każdy zespół składa się z perforatora, który dziurkuje taśmę i z nadajnika posiadającego czujniki odczytujące kombinacje otworów wydziurkowane na taśmie, tzn. przetwarzającego kombinacje otworów na kombinacje impulsów elektrycznych. Każda cyfra danej liczby jest oddana na taśmie jako odpowiednia kombinacja co najwyżej pięciu otworów w jednym wierszu taśmy.

Praca maszyny PARK sprowadza się do automatycznego wykonywania rozkazów w kolejności określonej przez dekoder programowy. Możemy realizować automatycznie cztery następujące podprogramy:

1. podprogram podstawowy — obliczanie $\Sigma a_i b_i + c$,
2. podprogram iloczynu — obliczanie $\Sigma a_i b_i$,
3. podprogram sumowania — obliczanie Σc_i,
4. podprogram wielomianowy — obliczanie $\Sigma a_i x^i$.

Podprogramy te umożliwiają półautomatyczne rozwiązanie wszelkich problemów ujętych wzorami krakowianowymi, a przede wszystkim rozwiązywanie układów równań liniowych. Wykorzystuje się tu podprogram podstawowy i podprogram iloczynu. Podprogramu sumowania używa się przy kontroli taśmy dziurkowanej i przy kontrolach sumowań właściwych rachunkowi krakowianowemu. Podprogram wielomianowy umożliwia rozwiązywanie równań algebraicznych stopni wyższych.

Rozwiązywanie układu równań (5) składa się z następujących czterech etapów:

1° Rozwiązujemy układ równań (6), otrzymując niewiadome μ_i wyrażone liniowo jako funkcje parametru t.

2° Tak otrzymane niewiadome podstawiamy do równania (7), aby otrzymać równanie kwadratowe o jednej niewiadomej t.

3° Obliczamy pierwiastki tego równania.

4° Obliczamy niewiadome μ_i.

Wprowadzając następujące oznaczenia w symbolice krakowianowej

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} 2a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{12} & 2a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & 2a_{nn} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{Bmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \\ \dots & \dots \\ b_n & c_n \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix},$$

(8)

$$\mathbf{B} = \begin{Bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{12} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{Bmatrix} t \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \{a\},$$

układ równań (6) można napisać w postaci

$$\mathbf{X}\cdot\mathbf{A} = \mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L}, \tag{9}$$

a równanie (7) w postaci

$$(\mathbf{X}\cdot\mathbf{B}+\mathbf{M})\cdot\mathbf{X}+\mathbf{N} = \mathbf{0}. \tag{10}$$

Układ równań (9) rozwiązuje się metodą pierwiastka krakowianowego.

Po znalezieniu krakowianów

$$\mathbf{R} = \begin{Bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ 0 & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & r_{nn} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{Bmatrix} w_{11} & w_{21} \\ w_{12} & w_{22} \\ \dots & \dots \\ w_{1n} & w_{2n} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{Bmatrix} d_1 & e_1 \\ d_2 & e_2 \\ \dots & \dots \\ d_n & e_n \end{Bmatrix} \tag{11}$$

takich, że

(12) $$\{\mathbf{R}\ \ \mathbf{W}\}\cdot\mathbf{R} = \{\mathbf{A}\ \ \mathbf{L}\}$$

i

(13) $$\mathbf{K} = \mathbf{W} : \mathbf{R}$$

otrzymuje się

(14) $$\mathbf{X} = \mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{K}.$$

Wstawiając (14) do (10) i uwzględniając, że

(15) $$2\mathbf{X}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{X} = \mathbf{X}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}$$

otrzymuje się równanie kwadratowe na t, w postaci

(16) $$(\mathbf{X}\cdot\mathbf{A})\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{K}) + 2\mathbf{M}\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{K}) + 2\mathbf{N} = \mathbf{0}.$$

Uwzględniając (9) mamy

(17) $$(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L})\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{K}) + 2\mathbf{M}\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{K}) + 2\mathbf{N} = \mathbf{0}.$$

Ponieważ krakowiany **M** i **T** są jednokolumnowe, stosując przekształcenia krakowianowe otrzymujemy

(18) $$\mathbf{T}\cdot(\mathbf{L}\cdot\mathbf{K})\cdot\mathbf{T} + \mathbf{T}\cdot(2\mathbf{M}\cdot\mathbf{K}) + 2\mathbf{N} = \mathbf{0}.$$

Oznaczając

(19) $$\mathbf{P} = \{\mathbf{L}\ \ 2\mathbf{M}\}\cdot\mathbf{K}$$

i uwzględniając (8) otrzymuje się z (18)

(20) $$p_{11}t^2 + (p_{12} + p_{21} + p_{31})t + p_{22} + p_{32} + 2a = 0.$$

Rozpoczynając rachunek mamy dane krakowiany **A**, **L**, **M** i **N**. Na maszynie PARK znajdujemy pierwiastek krakowianowy **R** i **W** (12). Wykonując dzielenie krakowianowe uzyskujemy krakowian **K** (13). Wykonując mnożenie (19) otrzymujemy krakowian **P**, po czym można ułożyć równanie (20). Rozwiązując równanie (20) możemy znaleźć dwa pierwiastki t, skąd mamy dwa krakowiany **T** i dwie grupy rozwiązań μ_i po wykonaniu mnożenia (14).

Jeżeli mamy kilka (m) wariantów układów równań (5) różniących się jedynie częścią liniową równania drugiego stopnia, czyli krakowianami **M** i **N**, to rachunek można prowadzić łącznie. Krakowian **K** jest identyczny we wszystkich wariantach, a przy obliczaniu krakowianu **P** wzór (19) zastępujemy przez

(21) $$\mathbf{P} = \{\mathbf{L}\ \ 2\mathbf{M}^{(1)}\ \ 2\mathbf{M}^{(2)}\ \ldots\ 2\mathbf{M}^{(m)}\}\cdot\mathbf{K}.$$

Będziemy mieć teraz, zamiast równania (20), m równań

(22) $$\begin{aligned} &p_{11}t^2 + (p_{12} + p_{21} + p_{31})t + p_{22} + p_{32} + 2a^{(1)} = 0, \\ &p_{11}t^2 + (p_{12} + p_{21} + p_{41})t + p_{22} + p_{42} + 2a^{(2)} = 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &p_{11}t^2 + (p_{12} + p_{21} + p_{m+2,1})t + p_{22} + p_{m+2,1} + 2a^{(m)} = 0 \end{aligned}$$

i m par rozwiązań μ_i.

W trakcie rachunku stale kontroluje się rachunek przez kolumny sumowe. Ponadto sprawdza się znalezione wartości t np. przez obliczenie współczynników równania (20).

Ostateczną kontrolę otrzymujemy przez podstawienie rozwiązań μ_i do równań (5) według wzorów:

$$\mathbf{X}\cdot\mathbf{A} = \mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L} \tag{23}$$

oraz

$$\mathbf{X}\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L}) + 2\mathbf{X}\cdot\mathbf{M} + 2\mathbf{N} = \mathbf{0}. \tag{24}$$

Poniżej podajemy przykład obliczeń wykonanych na automacie PARK. Rozwiązujemy układ równań (5) postaci

$$\begin{aligned}
+3{,}812x_1 + 0{,}791x_2 + 0{,}075x_3 + 0{,}067x_4 &= +4{,}080t - 0{,}502,\\
+0{,}791x_1 + 4{,}870x_2 + 0{,}045x_3 + 0{,}040x_4 &= +2{,}450t - 0{,}220,\\
+0{,}075x_1 + 0{,}045x_2 + 0{,}766x_3 + 0{,}233x_4 &= +1{,}730t - 0{,}183,\\
+0{,}067x_1 + 0{,}040x_2 + 0{,}233x_3 + 4{,}650x_4 &= +1{,}540t - 0{,}107,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-1{,}385 - 0{,}828x_1 - 0{,}575x_2 - 0{,}379x_3 - 0{,}393x_4 &+\\
+1{,}906x_1^2 + 0{,}791x_1x_2 + 0{,}075x_1x_3 + 0{,}067x_1x_4 &+\\
+2{,}435x_2^2 + 0{,}045x_2x_3 + 0{,}040x_2x_4 &+\\
+0{,}383x_3^2 + 0{,}233x_3x_4 &+\\
+2{,}325x_4^2 &= 0.
\end{aligned}$$

Mamy więc dane krakowiany

$$\{\mathbf{A}\ \mathbf{L}\} = \begin{Bmatrix}
+3{,}812 & +0{,}791 & +0{,}075 & +0{,}067 & +4{,}080 & -0{,}502 & \mathit{-8{,}323}\\
+0{,}791 & +4{,}870 & +0{,}045 & +0{,}040 & +2{,}450 & -0{,}220 & \mathit{-7{,}976}\\
+0{,}075 & +0{,}045 & +0{,}766 & +0{,}233 & +1{,}730 & -0{,}183 & \mathit{-2{,}666}\\
+0{,}067 & +0{,}040 & +0{,}233 & +4{,}650 & +1{,}540 & -0{,}107 & \mathit{-6{,}423}
\end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{M} = \begin{Bmatrix} -0{,}828\\ -0{,}575\\ -0{,}379\\ -0{,}393 \end{Bmatrix}, \qquad \mathbf{N} = \{-1{,}385\}.$$

Pierwiastkując krakowian $\{\mathbf{A}\ \mathbf{L}\}$ otrzymujemy:

$$\{\mathbf{R}\ \mathbf{W}\} = \begin{Bmatrix}
+1{,}952 & +0{,}405 & +0{,}038 & +0{,}034 & +2{,}090 & -0{,}257 & \mathit{-4{,}264}\\
\cdot & +2{,}169 & +0{,}014 & +0{,}012 & +0{,}739 & -0{,}053 & \mathit{-2{,}881}\\
\cdot & \cdot & +0{,}874 & +0{,}265 & +1{,}877 & -0{,}197 & \mathit{-2{,}819}\\
\cdot & \cdot & \cdot & +2{,}140 & +0{,}450 & -0{,}021 & \mathit{-2{,}568}
\end{Bmatrix}.$$

Wykonując dzielenie

$$\mathbf{K} = \mathbf{W} : \mathbf{R} = \begin{Bmatrix}
+2{,}090 & -0{,}257 & \mathit{-1{,}833}\\
+0{,}739 & -0{,}053 & \mathit{-0{,}686}\\
+1{,}877 & -0{,}197 & \mathit{-1{,}680}\\
+0{,}450 & -0{,}021 & \mathit{-0{,}429}
\end{Bmatrix} :$$

$$: \begin{Bmatrix}
+1{,}952 & +0{,}405 & +0{,}038 & +0{,}034\\
\cdot & +2{,}169 & +0{,}014 & +0{,}012\\
\cdot & \cdot & +0{,}874 & +0{,}265\\
\cdot & \cdot & \cdot & +2{,}140
\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}
+0{,}959 & -0{,}122 & \mathit{-0{,}836}\\
+0{,}326 & -0{,}023 & \mathit{-0{,}303}\\
+2{,}084 & -0{,}222 & \mathit{-1{,}862}\\
+0{,}210 & -0{,}010 & \mathit{-0{,}200}
\end{Bmatrix}$$

możemy obliczyć krakowian **P** według wzoru (19)

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{L}\ 2\mathbf{M}\}\cdot\mathbf{K} = \left\{\begin{matrix} +4{,}080 & -0{,}502 & -1{,}656 & -\mathit{1{,}922} \\ +2{,}450 & -0{,}220 & -1{,}150 & -\mathit{1{,}080} \\ +1{,}730 & -0{,}183 & -0{,}758 & -\mathit{0{,}789} \\ +1{,}540 & -0{,}107 & -0{,}786 & -\mathit{0{,}647} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} +0{,}959 & -0{,}122 \\ +0{,}326 & -0{,}023 \\ +2{,}084 & -0{,}222 \\ +0{,}210 & -0{,}010 \end{matrix}\right\} =$$

$$= \left\{\begin{matrix} +8{,}640 & -0{,}957 & -3{,}708 & -\mathit{3{,}975} \\ -0{,}954 & +0{,}108 & +0{,}405 & +\mathit{0{,}441} \end{matrix}\right\}.$$

Równanie (20) przyjmuje postać

$$+8{,}640t^2 - 5{,}619t - 2{,}257 = 0,$$

skąd

$$t_1 = +0{,}931 \quad \text{i} \quad t_2 = -0{,}281.$$

Niewiadome x_i obliczamy według wzoru (14)

$$\{\mathbf{X}_1\ \mathbf{X}_2\} = \{\mathbf{T}_1\ \mathbf{T}_2\}\cdot\tau\mathbf{K} =$$

$$= \left\{\begin{matrix} +0{,}931 & -0{,}281 & -\mathit{0{,}650} \\ 1 & 1 & -\mathit{2} \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} +0{,}959 & +0{,}326 & +2{,}084 & +0{,}210 \\ -0{,}122 & -0{,}023 & -0{,}222 & -0{,}010 \end{matrix}\right\} =$$

$$= \left\{\begin{matrix} +0{,}771 & -0{,}391 & -\mathit{0{,}379} \\ +0{,}281 & -0{,}115 & -\mathit{0{,}166} \\ +1{,}718 & -0{,}808 & -\mathit{0{,}911} \\ +0{,}186 & -0{,}069 & -\mathit{0{,}117} \end{matrix}\right\}.$$

Otrzymujemy więc dwie grupy rozwiązań

I $x_1 = +0{,}771$, $x_2 = +0{,}281$, $x_3 = +1{,}718$, $x_4 = +0{,}186$,

II $x_1 = -0{,}391$, $x_2 = -0{,}115$, $x_3 = -0{,}808$, $x_4 = -0{,}069$.

Wykażemy jeszcze, że tak otrzymane rozwiązania spełniają układ (5). Podajemy obliczenia dla I grupy rozwiązań. Znajdujemy

$$\mathbf{X}\cdot\mathbf{A} = \left\{\begin{matrix} +0{,}771 \\ +0{,}281 \\ +1{,}718 \\ +0{,}186 \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} +3{,}812 & +0{,}791 & +0{,}075 & +0{,}067 \\ +0{,}791 & +4{,}870 & +0{,}045 & +0{,}040 \\ +0{,}075 & +0{,}045 & +0{,}766 & +0{,}233 \\ +0{,}067 & +0{,}040 & +0{,}233 & +4{,}650 \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} +3{,}303 \\ +2{,}063 \\ +1{,}430 \\ +1{,}328 \end{matrix}\right\},$$

$$\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L} = \left\{\begin{matrix} +0{,}931 \\ 1 \end{matrix}\right\} \cdot \left\{\begin{matrix} +4{,}080 & +2{,}450 & +1{,}730 & +1{,}540 \\ -0{,}502 & -0{,}220 & -0{,}183 & -0{,}107 \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} +3{,}296 \\ +2{,}061 \\ +1{,}428 \\ +1{,}327 \end{matrix}\right\},$$

$$\mathbf{X}\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L}) = \begin{Bmatrix} +0,771 \\ +0,281 \\ +1,718 \\ +0,186 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} +3,296 \\ +2,061 \\ +1,428 \\ +1,327 \end{Bmatrix} = \{+5,820\},$$

$$2\mathbf{X}\cdot\mathbf{M} = 2\begin{Bmatrix} +0,771 \\ +0,281 \\ +1,718 \\ +0,186 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0,828 \\ -0,575 \\ -0,379 \\ -0,393 \end{Bmatrix} = \{-3,048\},$$

$$2\mathbf{N} = \{-2,770\}.$$

Porównując $\mathbf{X}\cdot\mathbf{A}$ i $\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L}$

$$\mathbf{X}\cdot\mathbf{A}-\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L} = \begin{Bmatrix} +3,303 \\ +2,063 \\ +1,430 \\ +1,328 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} +3,296 \\ +2,061 \\ +1,428 \\ +1,327 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +0,007 \\ +0,002 \\ +0,002 \\ +0,001 \end{Bmatrix},$$

widzimy dzięki wzorowi (23), że spełnione są równania (6), a na podstawie wzoru (24)

$$\mathbf{X}\cdot(\mathbf{T}\cdot\tau\mathbf{L})+2\mathbf{X}\cdot\mathbf{M}+2\mathbf{N} = \{+0,002\}$$

także równanie (7).

Praca wpłynęła 1. 8. 1961

З. ЯСИЦКИЙ (Познань), Ю. КОРДЫЛЕВСКИЙ (Краков) и Г. КУДЕЛЬСКИЙ (Варшава)

ПРИМЕНЕНИЕ СЧЕТНОЙ МАШИНЫ PARK *ДЛЯ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА КОМПЕНСАЦИИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СЕТЯХ*

РЕЗЮМЕ

В работе представлена техническая интерпретация исчислений, описание расчетного автомата PARK, на котором производились исчисления, а также способы получения формул и программа исчисления. Прилагается также числовой пример.

При исчислении коэффициента компенсации реактивной мощности в электроэнергетических сетях возникает необходимость нахождения экстремумов функции (2). Эта проблема сводится к решению системы алгебраических уравнений второй степени (6) и (7). Первые n уравнений (6) составляют систему n линейных уравнений с n неизвестными с одним параметром t. Полным уравнением второй степени с неизвестными $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ является $(n+1)$-ое уравнение (7).

Решение этой системы уравнений тоже может быть найдено при помощи счетного автомата PARK.

Релейный автомат краковянового исчисления PARK (рис. 2) является цифровой специализированной машиной, приспособленной для выполнения исчи-

слений на последовательностях чисел и в связи с этим имеет оригинальную (безадресную) систему команд. Автомат PARK состоит из трех основных частей: арифметического устройства, памяти и управляющего устройства. Роль арифметического устройства выполняет механическая фактурная машина, память на перфоленте построена на базе телетайпового оборудования, а управляющее устройство построено на базе реле.

Формулы введены на основе символики краковянов. Отдельные действия с краковянами производились при исчислении на машине PARK.

Программа расчета начинается с нахождения краковянового корня {**R** **W**} (12) из краковяна {**A** **L**}. Выполняя краковяновое деление (13) получаем краковян **K**. Выполняя умножение (19) получаем краковян **P** и можем составить уравнение (20). Решая уравнение (20), можем найти два корня t, отсюда получим два краковяна **T** и две группы решений μ_i после выполнения умножения (14).

Z. JASICKI (Poznań), J. KORDYLEWSKI (Cracow), and G. KUDELSKI (Warszawa)

APPLICATION OF THE AUTOMATIC PARK *COMPUTER TO COMPUTING THE DEGREE OF POWER FACTOR CORRECTION ON A POWER SYSTEM BASIS*

SUMMARY

This paper gives a technical interpretation of computations, a description of the automatic PARK computer used for the computations, the derivation of the formulas, and the program of the computations. A numerical example is also given.

When the degree of power factor correction on a power system basis is being computed it is necessary to find the extreme values of function (2). This problem is reducible to solving a system of algebraic equations of the second degree (6) and (7). The first n equations (6) constitute a system of linear equations in n unknowns with one parameter t. It is the $(n+1)$-th equation (7) that is a complete equation of the second degree with the unknowns $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$.

This set of equations can be solved with the aid of the automatic PARK computer.

A PARK automatic relay for cracowian computations (fig. 2) is a specialized numerical machine suitable for computation of sequences of numbers; for this purpose it contains an addressless order code. The machine consists of three essential parts: arithmetic unit, store, and control unit. The function of the arithmetic unit is carried out by a mechanical invoicing device; the punched tape store is based on teletyper devices; the control unit works with the aid of relays.

The symbols are those of the cracowian calculus. The cracowian operations were carried out with the aid of the PARK computer.

The program of the computations begins with finding the cracowian root {**R** **W**} (12) of the cracowian {**A** **L**}. When the cracowian division (13) is carried out, cracowian **K** is obtained. Multiplication (19) is carried out and cracowian **P** obtained, so that it is possible to construct equation (20). When it is solved, two roots t can be found, whence two cracowians **T** and two groups of solutions μ_i, when multiplication (14) is carried out.
