

# PROBLEMY

ORGAN TOWARZYSTWA WIEDZY POWSZECHNEJ

Rok XII

1956

Nr 3 (120)

## TREŚĆ:

<b>PLAN PIĘCIOLETNI I ZADANIA NAUK TECHNICZNYCH</b> Energia jądrowa — Automatykacja — Półprzewodniki — Hutnictwo — Chemia.	Mieczysław Lesz . . . . .	146
<b>ASTROMETRIA TOWARZYSZÓW PLANETARNYCH</b> <b>GWIAZD</b> Zwolennicy koncepcji „mnogości światów zamieszkałych” zdobyli realne argumenty popierające słuszność ich przy- puszczeń.	Jan Gadomski . . . . .	155
<b>JAK SIĘ LATA NA SZYBOWCACH?</b> . . . . . Szybownictwo dla nie-szybowników.	Janusz Meissner . . . . .	157
<b>GORYL</b> Zwierzę spośród żyjących obecnie ssaków, stojące najbliżej człowieka.	Jan Żabiński . . . . .	163
<b>ZASADY PRZYSPIESZANIA CZĄSTEK NALADOWANYCH</b> Odczyt wieczorowy wygłoszony 11 sierpnia 1955 roku w Ge- newie podczas międzynarodowej konferencji poświęconej pokojowym zastosowaniom energii jądrowej.	Włodzimierz Weksler . . . . .	163
<b>TEMPERATURA</b> Nieco wiadomości o temperaturze i niektórych sposobach jej wyznaczania.	M. i E. Skorko . . . . .	174
<b>SIENKIEWICZ OD PRZODU, OD TYŁU I Z BOKU</b> . . . . . Od plotki do nagiego faktu.	Eugeniusz Szermentowski . . . . .	183
<b>Z NASZYCH PRACOWNI BADAWCZYCH</b> Odczody psasie jako źródło produkcji cennych środków leczniczych . . . . . Nowa polska maszyna matematyczna . . . . . Uprawa grzybów . . . . .	Bogusław Bobrański . . . . . Paweł Szeptycki . . . . . Tadeusz Bukowski . . . . .	189 191 193
<b>POLEMIKI</b> Całkowite zaćmienia Słońca w Polsce . . . . .	Tadeusz Jarzębowski . . . . .	196
<b>WKŁAD POLAKÓW DO NAUKI</b> Udział Polaków w wyprawie na Antarktydę . . . . .	Zenon Wierzbicki . . . . .	193
<b>CO PISZĄ INNI</b> Jeszcze o antyprotonie . . . . .	Henri Farjand . . . . .	201
<b>ERRATA HUMANUM EST...</b> Teoria Kanta-Laplace'a? . . . . . Czorsztyn — Niedzica . . . . . Kostka Napierski straszny... w zamku Niedzicy . . . . .	Stanisław Struzik . . . . . Krzysztof Birkenmajer . . . . . Krzysztof Birkenmajer . . . . .	201 202 202
<b>NOWOŚCI NAUKOWE</b> Doświadczalna próba odtworzenia syntezy aminokwasów w pierwotnej atmosferze Ziemi . . . . . Czysty preparat ciężkiego azotu . . . . . Nowo odkryte białko surowicy — properdyna . . . . .	Artur Jurand . . . . . Maria Hurwic . . . . . Stefania Jasser . . . . .	203 204 204
<b>KRONIKA ŻYCIA NAUKOWEGO</b> Materiały z międzynarodowej konferencji jądrowej . . . . . Wydział Fizyki Technicznej i Jądrowej na Uniwersytecie w Pradze Czeskiej . . . . . Sesja naukowa poświęcona zagadnieniom mózgu . . . . . Konferencja na temat drgań elektrycznych i mechanicznych Wręczenie odznak i dyplomów laureatom państwowych na- gród naukowych . . . . . Obchód w Polsce 400 rocznicy śmierci Georgiusa Agricoli Konferencja polarograficzna w Warszawie . . . . . Wybitny chemik czechosłowacki doktorem honoris causa Uniwersytetu Warszawskiego . . . . . Polskie Towarzystwo Astronautyczne . . . . .	Józef Hurwic . . . . . J. H. . . . . Wanda Wyrwicka . . . . . Stefan Ziomba . . . . . h. . . . . Kazimierz Maślankiewicz . . . . . Jerzy Chodkowski . . . . .	205 206 206 208 208 209 211
<b>LISTY I ODPOWIEDZI</b> Z. Derfert — Bydgoszcz; A. Kurnatowski — Łódź; M. Strzem- ski — Puławy; H. K. — Warszawa; B. Janiński — Włocła- wek; A. J. — Stalinogród; J. B. — Łódź; S. Warzuszczak — Szczecin; J. T. — Krośnice; S. i M. Bury — Andrychów.	Małcha . . . . . Olgierd Wolczek . . . . .	212 213 215
<b>NOWOŚCI WYDAWNICZE</b> Książka która popularyzuje wiedzę . . . . . Cenny przegląd sztuki rosyjskiej . . . . .	Maria Werner . . . . . Stanisław Małachowski . . . . .	217 219

## Nowa polska maszyna matematyczna

JUZ od dłuższego czasu ukazują się w prasie codziennej i popularnonaukowej artykuły o polskich maszynach matematycznych. Najwięcej artykułów poświęcono maszynie ARR (Analizator Równań Różniczkowych)<sup>1</sup>. Jako przysłowiowego kopciuszka traktowano przy ARR aparat wprawdzie bardziej specjalny i znacznie mniejszy, niemniej jednak interesujący zarówno ze względu na jego budowę, jak i zastosowanie, a mianowicie Analizator Wielomianów Algebraicznych (w skrócie AWA-1). Temu właśnie aparatowi zamierzamy poświęcić tę notatkę.

Temat ten stał się aktualny teraz, niemal półtora roku po zakończeniu budowy AWA, choćby ze względu na to, że na ostatnim kongresie międzynarodowym, poświęconym problematyce maszyn matematycznych, działających na tzw. zasadzie realizacji, który odbył się w Brukseli jesienią ub. r., AWA spotkał się z więcej niż przychylną opinią specjalistów zagranicznych. Nie należy tu chyba podkreślać, że fakt ten stanowi poważny sukces młodej w Polsce nauki o maszynach matematycznych.

W niniejszej notatce zamierzamy w ogólnym, siłą rzeczy, zarysie przedstawić zasadę działania i typowe zastosowania AWA.

Zarys ten rozpoczniemy krótkim omówieniem problematyki matematycznej, która prowadzi do potrzeby budowy aparatu typu AWA. W samej nazwie AWA tkwi już sformułowanie jego przeznaczenia — analizator ten służy do badania wielomianów algebraicznych. Co należy przez to rozumieć? Pierwszym zagadnieniem tego typu, z którym spotykamy się w nauce matematyki, jest badanie tzw. „trójmianu kwadratowego”, czyli wielomianu stopnia drugiego. Badanie takie polega na znajdowaniu miejsc zerowych tego wielomianu, czyli jego pierwiastków, sporządzaniu wykresu wielomianu itp. Zupełnie podobne problemy można również formułować w odniesieniu do wielomianów stopnia większego od dwóch. Problemy znajdowania pierwiastków wielomianów nie wynikają przy tym z czystej spekulacji myślowej, lecz z konsekwentnych potrzeb fizyki i techniki.

Podczas gdy zagadnienie znalezienia pierwiastków i naszkicowania przebiegu wielomianu stopnia drugiego nie przedstawia żadnych trudności i sprowadza się do korzystania z gotowych wzorów, przy przejściu do wielomianów stopnia wyższego sprawa znacznie się komplikuje. Dla wielomianów stopnia trzeciego i czwartego znaleziono wprawdzie wzory dla ich pierwiastków, są one jednak skomplikowane i ich stosowanie prowadzi do dość żmudnych rachunków. Okazuje się dalej, że dla wielomianów stopnia wyższego od czterech nie można znaleźć wzorów ogólnych dla pierwiastków. W związku z tym wynaleziono szereg metod obliczania pierwiastków w sposób przybliżony, metody te prowadzą jednak na ogół do dość żmudnych i pracochłonnych rachunków.

Pierwszą trudnością pojawiającą się przy badaniu trójmianu kwadratowego jest fakt, że trój-

mian taki może nie mieć pierwiastków rzeczywistych. Wydaje się to niekiedy tym dziwniejsze, że niejednokrotnie fizycznie sensowne zagadnienia prowadzą do równań algebraicznych, nie mających pierwiastków rzeczywistych. Wydaje się w związku z tym rzeczą sensowną rozszerzenie zbioru liczb rzeczywistych do pewnego zbioru, w którym każdy wielomian algebraiczny ma pierwiastki. Rozszerzenie takie otrzymuje się przez dołączenie do zbioru liczb rzeczywistych tzw. jednostki urojonej  $i$ , będącej rozwiązaniem równania  $x^2 = -1$  (tzn.  $i = \sqrt{-1}$ ) oraz wszystkich par  $x + iy$ , przy czym  $x$  i  $y$  są dowolnymi liczbami rzeczywistymi. Pary takie nazywa się liczbami zespolonymi.

Okazuje się, że każdy wielomian posiada dokładnie tyle pierwiastków zespolonych, ile wynosi jego stopień. Znajdowanie pierwiastków zespolonych wielomianów jest czynnością jeszcze bardziej pracochłonną od znajdowania pierwiastków rzeczywistych. Trudności te jeszcze bardziej się powiększają, gdy chodzi o znalezienie pierwiastków wielomianu o współczynnikach zespolonych, a i takie problemy narzucane są nieraz przez zagadnienia praktyczne.

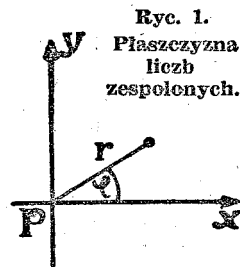
Analizator Wielomianów Algebraicznych jest aparatem działającym na zasadzie realizacji<sup>2</sup>, służącym do prędkiego znajdowania pierwiastków i wartości wielomianów o współczynnikach zespolonych do stopnia dwunastego włącznie.

Zatrzymajmy się nad zasadą działania tego aparatu o tak, zdawałoby się, na pozór nieoczekiwanych możliwościach. I tu jeszcze trochę o liczbach zespolonych. Każdą liczbę zespoloną  $x + iy$  można sobie wyobrazić jako punkt na płaszczyźnie o współrzędnych  $x$  i  $y$  (ryc. 1). Punkt taki można także określić przez podanie jego odległości  $r$  od pewnego punktu ustalonego  $P$  oraz kąt  $\varphi$ , jaki tworzy prosta poprowadzona z punktu  $P$  do punktu o współrzędnych  $x$  i  $y$  z pewną ustaloną prostą przechodzącą przez punkt  $P$ . Liczbę  $r$  nazywa się modułem liczby zespolonej  $x + iy$ , a  $\varphi$  jej argumentem.

Każdej liczbie zespolonej można przypisać pewien przebieg sinusoidalny napięcia elektrycznego. Jeśli napięcie takie jest przyłożone do pewnego układu zawierającego pojemności (kondensatory) i indukcyjności (cewki), wówczas przez układ ten płynie prąd, którego przebieg nie jest na ogół zgodny z przebiegiem przyłożonego napięcia. Wykres przebiegu prądu jest przesunięty względem wykresu napięcia, prąd opóźnia się za napięciem lub je wyprzedza. To opóźnienie lub wyprzedzenie można mierzyć za pomocą pewnego kąta zwanego fazą napięcia w danym obwodzie, np. faza napięcia sinusoidalnego przyłożonego do kondensatora jest  $90^\circ$ .

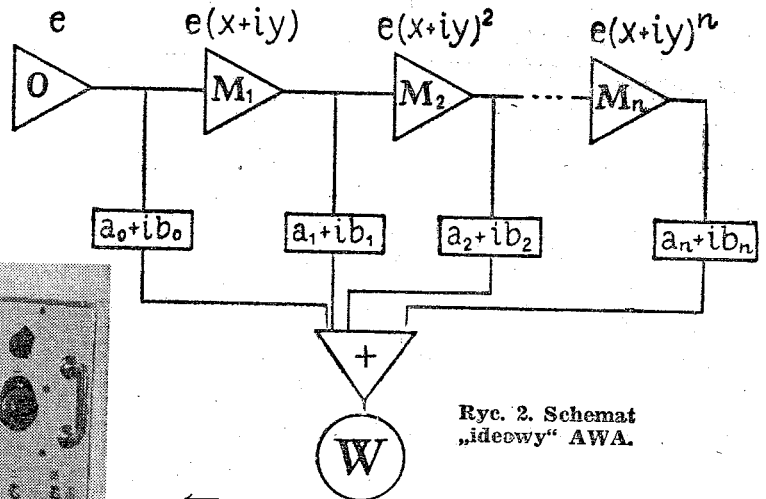
<sup>2</sup> Por. artykuł wymieniony w poprzednim odsyłaczu.

<sup>1</sup> Por. artykuł doc. L. Łukaszewicza w n-rze 1/1955 *Próblemy*, str. 5.



Liczbę zespolonej o module  $r$  i argumencie  $\varphi$  przypisujemy przebieg napięcia o amplitudzie (maksymalnym wychyleniu) równej  $r$  i fazie równej  $\varphi$ . Jest to tak zwana elektryczna interpretacja liczb zespolonych. Teraz już można sobie wyobrazić urządzenia, które takie elektryczne realizacje liczb zespolonych do siebie dodają, od siebie odejmują i przez siebie mnożą. Urządzeniami takimi mogą być np. układy oporów, odpowiednio zbudowane wzmacniacze itp. Zespołem takich właśnie układów jest Analizator Wielomianów Algebraicznych, którego schemat „ideo-owy“ przedstawiony jest na rycinie 2

kach odpowiadających liczbom  $a$  i  $b$  i pokręcania gałek odpowiadających liczbom  $x$  i  $y$  aż do momentu, gdy wskazówka urządzenia pomiarowego spadnie do zera. Ze skali tych gałek odczytujemy wówczas wielkość pierwiastka.



Ryc. 2. Schemat „ideo-owy“ AWA.

Ryc. 3. Analizator Wielomianów Algebraicznych (dla zobrazowania wielkości położono suwak logarytmiczny długości 30 cm).

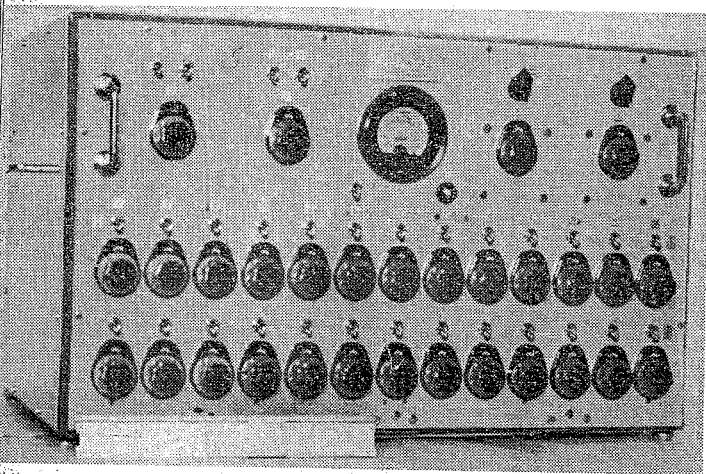
Analizator Wielomianów Algebraicznych pozwala również na znajdowanie wartości wielomianów o danych współczynnikach, gdy dana jest liczba  $x + iy$ . Pomijając tu opis zasady realizacji tej operacji, zresztą bardzo zbliżonej do omówionej poprzednio, wspomnimy tylko, że sprowadza się ona do nastawienia współczynników wielomianu, liczb  $x$  i  $y$ , a następnie manipulowania gałkami znajdującymi się w górnej lewej części tablicy aż do wyzerowania urządzenia pomiarowego. Wówczas z gałek tych odnajdujemy wartość wielomianu.

Czas trwania całej operacji jest bardzo krótki: dla znalezienia jednego pierwiastka wystarcza 1—2 minuty.<sup>3</sup> Pozwala to na „seryjne“ znajdowanie pierwiastków dużej liczby wielomianów, co ma w szeregu zagadnień technicznych (np. teorii drgań) wielkie znaczenie.

I na zakończenie parę słów o szczegółach technicznych. Okazuje się, i tu znowu trochę matematyki, że szukając pierwiastków zespolonych wielomianu nie trzeba „przebiegać“ całej płaszczyzny liczb zespolonych. Przez zastosowanie pewnych operacji rachunkowych, mających swój prosty wyraz w realizacji elektrycznej, można się ograniczyć do ćwiartki koła o promieniu jednostkowym. Fakt ten znalazł odbicie w konstrukcji omawianego analizatora, co w dużej mierze wpłynęło na jego prostotę i małe rozmiary. Z drugiej strony w AWA zastosowano wzmacniacze nowego typu odznaczające się dużą oszczędnością użytych elementów i małymi rozmiarami. W połączeniu fakty te sprawiły, że AWA jest jednym z najmniejszych i najbardziej ekonomicznych urządzeń tego typu. Jak już wspomnieliśmy, największa możliwa w AWA wielkość  $n$  wynosi 12.

Analizator Wielomianów Algebraicznych został całkowicie zbudowany w Zakładzie Aparatów Matematycznych Instytutu Matematycznego P. A. N. według projektu doc. L. Łukaszewicza.

<sup>3</sup> Podczas gdy przy obliczeniach numerycznych czas potrzebny na znalezienie jednego pierwiastka waha się w zależności od stopnia wielomianu w granicach kilku godzin.



Przez  $O$  oznaczono w tym schemacie urządzenie wytwarzające ustalone napięcie sinusoidalne  $e$  (napięcie jednostkowe), które przechodzi przez szereg wzmacniaczy  $M_1, M_2, \dots, M_n$ . Wzmacniacze te mają tę własność, że mnożą one napięcie przyłożone na ich wyjściu przez ustaloną dla nich wszystkich liczbę  $x + iy$ . W ten sposób na wyjściu pierwszego wzmacniacza otrzymujemy napięcie  $e(x + iy)$ , na wyjściu drugiego wzmacniacza napięcie  $e(x + iy)^2$ , na wyjściu wzmacniacza o numerze  $n$  — napięcie  $(x + iy)^n$ . Napięcia z wyjść poszczególnych wzmacniaczy doprowadza się do urządzenia, które najpierw mnoży je przez liczby odpowiednio:  $a_0 + ib_0, a_1 + ib_1, \dots, a_n + ib_n$  [napięcie  $e$  przez  $a_0 + ib_0$ , napięcie  $e(x + iy)$  przez  $a_1 + ib_1$  itd.], a następnie sumuje wyniki tych mnożeń. Współczynniki, przez które urządzenie to mnoży poszczególne napięcia przed ich zsumowaniem, są przy tym określone przez ustawienie odpowiednich gałek aparatu. Na urządzeniu pomiarowym  $W$  obserwujemy wielkość napięcia odpowiadającego w naszej interpretacji wartości wielomianu  $a_0 + ib_0 + (a_1 + ib_1)(x + iy) + \dots + (a_n + ib_n)(x + iy)^n$ . Szukanie pierwiastków tego wielomianu sprowadza się więc w języku AWA do dobrania pary  $x + iy$ , przy której wskazówka urządzenia pomiarowego  $W$  osiąga położenie zerowe.

Praktyczna realizacja tego przedstawia się w sposób następujący. Poszczególne wielkości  $a_0 + ib_0, a_1 + ib_1$  itd. dobiera się przez nastawienie szeregu gałek znajdujących się w dolnej części tablicy frontowej AWA, przedstawionej na zdjęciu, przy czym gałki dolne odpowiadają liczbom  $a$ , gałki górne — liczbom  $b$ . Dwie gałki górne z prawej strony służą do nastawienia liczb  $x + iy$ . Szukanie pierwiastków wielomianu sprowadza się więc do nastawienia jego współczynników na gał-