Leibnizjańskie inspiracje informatyki[*]

Kazimierz Trzęsicki

> Nothing is more important than to see the sources of invention which are, in my opinion more interesting than the inventions themselves.
>
> G. W. Leibniz[1]

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Streszczenie

G. W. Leibniz jest myślicielem, który antycypował współczesną informatykę. Żywił on przekonanie, że logika daje się sprowadzić do

[*]Pragnę podziękować anonimowemu recenzentowi, które uwagi przyczyniły się do ulepszenia artykułu. Dziękuję również profesorowi Witoldowi Marciszewskiemu za konsultacje niektórych zagadnień. Praca została wykonana w ramach grantu KBN 3 T11F 01130.

[1]Cyt. za (Koenderink 1990).

rachunku a poznanie świata wymaga tylko metody zapisu „myśli Bożych" i dochodzenia do prawdy metodą rachunkową. Takim językiem — co ma znaczenie dla powstania informatyki — miałby być język binarny. Dla rozwoju informatyki ma zaś znacznie przekonanie, że wszystko, co można poznać daje się policzyć[2]. Rozróżniamy kodowanie binarne, arytmetyczny system binarny i logiczny system binarny. U Leibniza znajdujemy zarówno myśli odnoszące do kodowania binarnego jak i opracowanie arytmetycznego systemu binarnego. Są również podstawy dla logicznego systemu binarnego. Leibniz skonstruował też maszynę liczącą. Ważniejsze niż, że była to konstrukcja udana technicznie jest jednak to, że dawał tym samym praktyczny wyraz wiary w realizację swojego programu[3], który dzisiaj wyrażamy najprościej słowem *Calculemus*[4].

1 Wprowadzenie

Paradygmat uczestnictwa w świecie współczesnym jest wyznaczony przez informatykę i jej zastosowania. Stawiamy pytanie, czy i kiedy w historii zrodziły się idee tego, co kształtuje naszą codzienność.

Leibniz był przekonany, że świat urządzony jest zgodnie z zasadami matematyki. Myśl tę skrótowo wyraża zdanie:

Cum Deus calculat et cogitationem excercet, fit mundus[5].

Matematyka jest narzędziem Konstruktora świata a tworzywem, z którego świat jest stworzony są liczby. Idea Boga jako matematyka przez nikogo wcześniej nie była podkreślana z tak silnym naciskiem jak uczynił to Leibniz.

Poznanie urządzonego matematycznie świata może dokonać się na drodze matematycznej. Leibniz, podobnie jak wcześniej Thomas Hobbes, który

[2]Co nie znaczy jednak, że współczesna informatyka nie napotyka choćby tylko praktycznych granic liczenia. Świadomości ograniczeń nie towarzyszy jednak zaniechanie.

[3]Leibniz stosunek do wiedzy wyrażał formułą *theoria cum praxis* (zob. (Leibniz 1838/1840, t. II, s. 268)) Twierdził, że „Jeśli rozważamy dyscypliny w i dla siebie, to wszystkie są teoretyczne; jeśli rozważamy je z punktu widzenia zastosowania, wszystkie są praktyczne." (Leibniz 1666, s. 229)

[4]CALCULEMUS jest dzisiaj nazwą międzynarodowej grupy badawczej. Celem tej grupy jest rozwój nowej generacji systemów matematycznego wspomagania opartych na integracji mocy dedukcyjnej systemów dedukcyjnych i mocy obliczeniowej algebraicznego systemu komputera. Zob. http://www.calculemus.net/

[5]Zdanie to zamieszczone jest na marginesie tekstu *Dialogus*, opublikowanego w VII tomie pism G. W. Leibniza pt. *Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*, VII Vol., wydanych przez C. I. Gerhardta, Halle 1846–1863 (reprint Hildesheim 1960), na stronach 190–193.

głosił, że *cogitatio est computatio*, żywił przekonanie, że każde ludzkie rozumowanie może być przekształcone tak, że stanie się przedmiotem rachunkowego obliczenia i w taki sposób każda kontrowersyjna prawda stanie się tak oczywista jak $2 + 2 = 4$ (Leibniz 1890, t. 7, p. 200):

> . . . quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos Computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo (accito si placet amico) dicere: c a l c u l e m u s[6].

Rachowanie jest czynnością, w której maszyna może zastąpić człowieka:

> For it is unworthy of excellent men to lose hours like slaves in the labor of calculation which could safely be relegated to anyone else if the machine were used[7].

Ten pragmatyczny argument z powyższymi argumentami natury metafizycznej może inspirować informatykę i rozwój jej narzędzi w kierunku sztucznej inteligencji. Wszelka prawda ma bowiem odpowiednik liczbowy, a działania na liczbach mogą być wykonywane przez maszynę.

Pytanie o leibnizjańskie inspiracje informatyki rozumiemy jako pytanie o te kwestie, które ujawniły się zarówno w powstaniu jak i w rozwoju informatyki, a które mają swoje bezpośrednie lub pośrednie odpowiedniki w myśli Leibniza. Nie będziemy tu dochodzić tego, czy twórcy informatyki wprost, pośrednio czy też niezależnie podejmowali pomysły i idee Leibniza[8]. Nie będziemy ograniczali się do tego, co było oryginalnym wkładem Leibniza. Pod

[6] Podobne stwierdzenia znajdują się w innych tekstach cytowanego tomu, np. s. 64–65, 125.

[7] Cf. (Davis 2001, Rozdz. I: Leibniz's Dream), zob. (Leibniz 1685).

[8] Leibniz należy do tych myślicieli, którym zdarza się przypisywać więcej. Przykładem może być sprawa wkładu Leibniza do rozwoju współczesnej logiki. Zdaniem Peckhausa: "Die Entwicklung der modernen Logik in Großbritannien und Deutschland in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts kann also nur als zunächst unbewußte, erst nachträglich bewußt gemachte Aufnahme des Leibnizschen Programms gedeutet werden. Bewertungen der Bedeutung von Leibniz' Logik für die Entwicklung der modernen Logik müssen daher weitgehend relativiert werden. Eric J. Aiton schreibt z. B., daß das Leibnizsche Projekt einer universellen Charakteristik und die sich daraus ergebenden logischen Kalküle "played a significant role in the history of logic" (Aiton 1985, ix). Diese signifikante Rolle kann sich kaum auf die inhaltliche Entwicklung erstreckt haben. Franz Schupp nimmt Couturats durchaus rechtfertigbare Behauptung, daß Leibniz so ziemlich über alle Prinzipien der Boole-Schröderschen Logik verfügt hätte, in einigen Aspekten sogar fortgeschrittener als Boole gewesen sei (Couturat 1901, S. 386), zum Anlaß für die Vermutung, "daß die Leibnizsche Logik über den historisch interessanten Aspekt der 'genialen Antizipation' der modernen Logik auch für die Weiterentwicklung dieser Logik selbst relevant sein könnte" (Schupp 1988, S. 42). Schupp stellt fest, daß mit jedem Schritt der Weiterentwicklung

uwagę weźmiemy również te idee, których Leibniz był wybitnym kontynuatorem.

Logika jest jedną z podstawowych nauk dla informatyki. Logika, ta współczesna, jest z ducha koncepcji Leibniza. Wątek dotyczący znaczenia myśli leibnizjańskiej dla rozwoju logiki i dalej poprzez nią informatyki zostanie tu pominięty[9]. Wśród idei Leibniza znajdujemy takie, których związek z informatyką jest podobnie bezpośredni.

Sukces komputera jako uniwersalnej maszyny przechowującej i przetwarzającej informację zależy w istocie od tego, czy istnieje uniwersalny język, w którym można zapisywać różnego rodzaju informacje i czy dla tego języka istnieje mechaniczny sposób jego przetwarzania[10]. Taki język to język, o którym w istocie marzył Leibniz, a więc język będący zarówno *lingua characteristica*, umożliwiający perfekcyjny opis wiedzy przez ukazanie „rzeczywistego charakteru" pojęć i rzeczy oraz *calculus ratiocinator*, rachunek dający możliwość mechanizacji rozumowań.

Powszechnie wiadomo, że Leibniz jest pomysłodawcą systemu binarnego i konstruktorem maszyny liczącej. Tu w części pierwszej przyjrzymy się bliżej temu, co inspirowało pomysł systemu binarnego i jakie ma on znaczenie dla rozwoju informatyki. W części drugiej przyjrzymy się bliżej motywacjom konstrukcji przez Leibniza maszyny liczącej i nadziejom, jakie wiązał z możliwościami mechanizacji liczenia i rozumowania oraz ideami współczesnej informatyki, o których można powiedzieć, że rozwijają myśl Leibniza.

---

der modernen Logik neue Aspekte der Leibnizschen Logik entdeckt wurden, für seine Behauptung, "daß manchmal auch die Beschäftigung mit Leibniz wieder diese Entwicklung beeinflußte" (ebd.), bleibt er den Beleg allerdings schuldig. Für die Entstehungsphase der modernen Logik ist diese Behauptung zu bestreiten, für die weitere Entwicklung bedürfte eine Bestätigung weiterer tiefgehender Untersuchungen." W innej wcześniejszej pracy Peckhaus (Peckhaus 1999, s. 436) pisał: "The development of the new logic started in 1847, completely independent of earlier anticipations, e.g., by the German rationalist Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) and his followers ((Peckhaus 1994), (Peckhaus 1997, ch. 5)). In that year the British mathematician George Boole (1815–1864) published his pamphlet *The Mathematical Analysis of Logic* (Boole 1847)." Zob. również (Marciszewski & Murawski 1995).

[9]Wśród wielu publikacji podejmujących również ten wątek można wskazać monografię Martina Davisa *The Universal Computer: The Road from Leibniz to Turing.* (Davis 2000)

[10]Idea języka uniwersalnego nie jest nowym pomysłem Leibniza. Również po nim wielu próbowało taki język stworzyć, jak choćby Ludwig Lazarus Zamenhof z Białegostoku, który w 1887 r. wymyślił Esperanto. Dla Leibniza, co było w duchu Lullusa: język ten musi nadawać się do mechanicznego przetwarzania informacji.

2 Leibniza idea systemu binarnego

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) jest chyba ostatnim z tych, co ogarniali całość wiedzy. Stworzył przynajmniej dwie rzeczy istotne dla współczesnego świata: rachunek różniczkowy i całkowy oraz system binarny. Twórcą rachunku różniczkowego i całkowego jest również Newton[11]. Rachunek ten przyjął się jednak i rozwinął w wersji leibnizjańskiej. Stworzony został przez Leibniza około 1673 r. Notacja, którą posługujemy się do dziś pochodzi z 1679 r.[12] Bez rachunku nieskończenie małych nie do pomyślenia jest współczesna fizyka i inżynieria. I choć rachunek ten jest istotny dla rozwoju informatyki, to jednak w takim samym stopniu, jak dla każdej nauki matematycznej i inżynierii. Dla informatyki znaczenie ma wynalazek systemu binarnego.

2.1 System binarny

Współczesne metody rachowania oparte są o pozycyjny zapis liczb. Nazwy liczb są ciągami cyfr, symboli ze skończonego alfabetu. System pozycyjny — w odróżnieniu od systemu niepozycyjnego, jak np. rzymskiego — każdej cyfrze przypisuje wartość zależną od pozycji zajmowanej przez tę cyfrę w ciągu. Na co dzień posługujemy się systemem dziesiętnym[13], tzn. systemem pozycyjnym, który ma dziesięć cyfr[14].

[11] Kwestia autorstwa była przedmiotem sporu i pretensji Newtona wobec Leibniza.

[12] Nie był to przypadek. Rachunek różniczkowy w wersji Leibniza był jednym z elementów realizowanego przeze niego projektu stworzenia języka uniwersalnego *lingua characteristica*.

[13] Przyjęcie liczby bazowej nie jest tym samym, co system na tej bazie. Babilończycy choć za liczbę bazową uznali sześćdziesiąt, to nie mieli systemu pozycyjnego. Licząc czas posługujemy się sześćdziesięcioma jako liczbą bazową i pewnymi elementami systemu pozycyjnego. Liczymy też na tuziny, czyli bazą jest dwanaście. Jak się zdaje liczenie na mendle, a więc po piętnaście wyszło z użycia.

[14] System dziesiętny dotarł do Europy z Indii za pośrednictwem Arabów. Zdaniem Ahmeda Djebbara zasługą Arabów było „umiędzynarodowienie" tego sposobu zapisu z cyfrą „0" w zasadniczej roli. Słowo „zero" (również „cyfra" i „szyfr") wywodzą się od arabskiej „pustki" — „as-sifr". To słowo zaś ma swoje źródło w sanskryckim *sunya*, czyli pusty. Nasze cyfry różnią się dziś kształtem od swoich indyjskich pierwowzorów bardziej niż ich współczesne odpowiedniki arabskie. Na 820 r. datuje się opis w języku arabskim hinduskiego systemu pozycyjnego dokonany przez arabskiego matematyka i astronoma pochodzenia uzbeckiego Mohameda ibn Musa al-Chwarismi (al-Khwarismi, al-Chwarazmi, po łacinie Algorismi; ur. w Charism ok. 780 r., zm. w Bagdadzie po 846 r.). W jego pracy pojawia się pojęcie algorytmu, jako metody uzyskania wyniku obliczenia arytmetycznego. Jednym z pierwszych, który używał i popularyzował system dziesiętny był Gerbert z Aurillac (ok. 955–1003?). Studia w zakresie *quadrivium* odbył w Barcelonie. Katalonia utrzymywała kontakty z muzułmańska Al-Andalus. Dzięki temu Gerbert miał okazję do zapoznania

Przyjęcie systemu pozycyjnego nie rozstrzyga kwestii liczby cyfr. Jeżeli mamy system pozycyjny z n cyframi, to każdemu m wyrazowemu ciągowi $c_1c_2 \ldots c_m$ przyporządkowujemy liczbę:

$$c_m \cdot n^0 + \cdots + c_2 \cdot n^{m-2} + c_1 \cdot n^{m-1}.$$

Najmniej cyfr miałby system unarny, jednocyfrowy. Takim system posługujemy się na co dzień, kiedy wskazujemy liczbę np. za pomocą palców. System jedynkowy — mimo swej prostoty i oczywistości — nie daje żadnego „skrótu" przekazywanej informacji. Siłą rzeczy jest niepraktyczny. Zapisanie liczby jeden tysiąc w systemie dziesiętnym wymaga czterech symboli, zaś w systemie unarnym tysiąca. W systemie binarnym będzie to 1111101000, czyli zapis wymaga 10 znaków. Ogólnie liczba n (> 0), która w systemie unarnym wymaga n znaków, w systemie dwójkowym będzie wymagać do zapisu $m + 1$ znaków, gdzie m jest liczbą taką, że $2^m \leq n < 2^{m+1}$.

W wypadku systemu binarnego mamy dokładnie dwie cyfry. Oczywiście, wybór znaków jest kwestią konwencji. Mogą to być symbole, powiedzmy „0" i „1" — jak to uczynił Leibniz — lub — jak u Pingala[15] — 1 i 2, mogą to być linie ciągła i przerywana — jak w chińskich heksagramach. Muszą to być dwa (różne) obiekty. Mogą więc to być sygnał i brak sygnału. Niech symbol „0" oznacza liczbę 0 a symbol „1" niech oznacza liczbę 1. Ciąg „101011" jest więc zgodnie ze wzorem nazwą liczby:

$$1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5,$$

czyli liczby 43.

W języku maszynowym używa się systemu binarnego. W programowaniu stosowany jest system ósemkowy lub szesnastkowy. W wypadku systemu ósemkowego, tak jak to jest w wypadku systemu dwójkowego, korzysta się z symboli używanych w systemie dziesiętnym. W wypadku systemu szesnastkowego oprócz $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ jako kolejne cyfry bierze się A, B, C, D, E, F. Liczba 50 w systemie dwójkowym jest zapisana: 110010, a w systemie ósemkowym: 62, zaś w systemie szesnastkowym będzie to: 32.

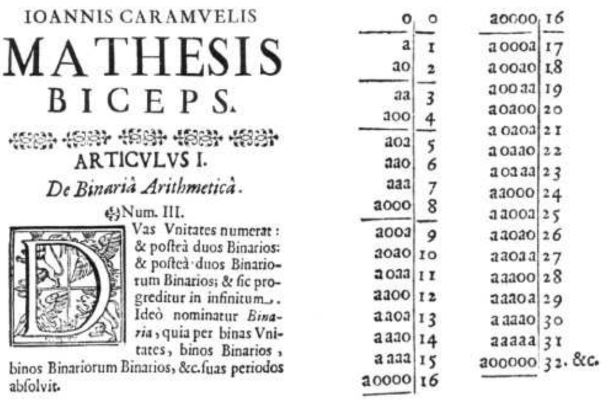
się z dorobkiem uczonych arabskich z Kordoby. Spośród wielu osiągnięć Gerberta w kontekście naszych rozważań warto wspomnieć o abaku, który jest praprzodkiem komputera. Gerbert wykorzystał posadzkę katedry w Reims. Sześćdziesięciu czterech uczniów szkoły katedralnej przestawiało kręgi. W ten sposób dawał sobie radę z wielkimi liczbami, z jakimi nigdy przedtem sobie nie radzono. Napisał książkę o liczeniu, w konsekwencji doprowadzając do wzrostu zainteresowania i zrewolucjonizowania studiów matematycznych na Zachodzie. Gerbert z protekcji cesarza został papieżem jako Sylwester II. Razem z cesarzem jako obcy zostali wygnani z Rzymu.

[15] Matematyk hinduski, o którym sądzi się, że żył w 5 lub w 2 wieku p.n.e.

2.2 Początki systemu binarnego

Leibniz był pierwszym matematykiem, który starannie zbadał własności systemu binarnego. W wielu tekstach i listach pisanych w latach 1679–1697, a więc przez osiemnaście lat, rozwijał notację i rozwiązywał kwestie wykonywania operacji arytmetycznych.

Leibniz nie był jednak pierwszym myślicielem-matematykiem zafascynowanym systemem dwójkowym. Dla Philolaus'a (ok. 480–405 p.n.e.), pitagorejczyka, system binarny był podstawą jego filozofii zbudowanej na opozycji: skończone — nieskończone. System binarny został również opisany w *Chhandah-shastra* przez Pingala (V lub II w. p.n.e.). Jego opis systemu binarnego jest pierwszym znanym opisem. Dokonał tego w związku z badaniami nad metryką wedyjską krótkich i długich sylab[16]. System binarny mieli znać Chińczycy i starożytni Egipcjanie — na co miałyby wskazywać papirusy Ahmesa, datowane na lata 1560–1542 p.n.e. Znali oni sposób mnożenia zwany metodą rosyjskich chłopów[17]. Najstarszym dokumentem systemu binarnego w Europie jest kartka z ok. 1600 r. z zestawieniem wartości binarnych pierwszych 31 liczb sporządzonym przez angielskiego matematyka Thomasa Hariota (1560–1621). Systemem dwójkowym zajmował się biskup Juan Caramuel y Lobkowitz (Ioannis Caramvelis), któremu poświęcił dwie strony swego wydanego w 1673 r. dzieła *Mathesis Biceps*[18].


IOANNIS CARAMVELIS

MATHESIS BICEPS.

ARTICVLVS I.

De Binariâ Arithmeticâ.

Num. III.

DVas Vnitates numerat: & posteà duos Binarios: & posteà duos Binariorum Binarios; & sic progreditur in infinitum. Ideò nominatur *Binaria*, quia per binas Vnitates, binos Binarios, binos Binariorum Binarios, &c. suas periodos absolvit.

0	0	a0000	16
a	1	a000a	17
a0	2	a00a0	18
aa	3	a00aa	19
a00	4	a0a00	20
a0a	5	a0a0a	21
aa0	6	a0aa0	22
aaa	7	a0aaa	23
a000	8	aa000	24
a00a	9	aa00a	25
a0a0	10	aa0a0	26
a0aa	11	aa0aa	27
aa00	12	aaa00	28
aa0a	13	aaa0a	29
aaa0	14	aaaa0	30
aaaa	15	aaaaa	31
a0000	16	a00000	32. &c.

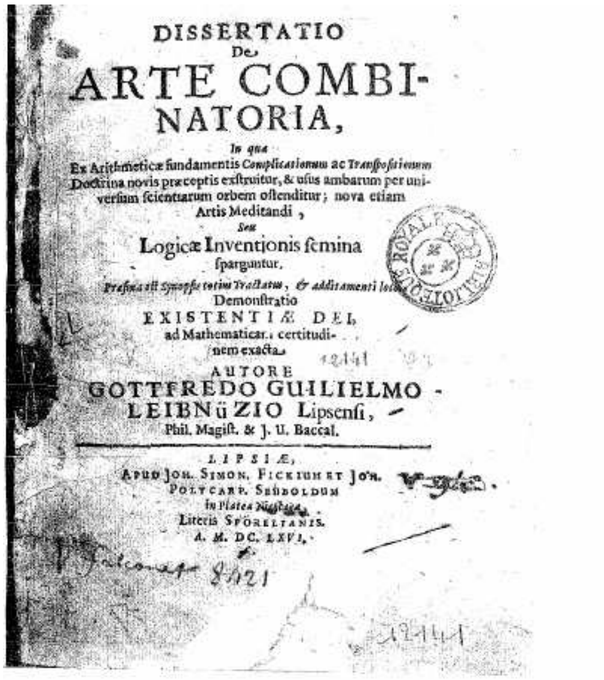
Leibniz sam jako poprzednika wskazuje Abdallah'a Beidhawy'a, arabskiego uczonego, żyjącego w XIII wieku.

[16] Zgodnie z hinduską tradycją był młodszym bratem gramatyka Panini (ok. IV w. p.n.e.), którego gramatyka sanskrytu jest pierwszym znanym przykładem gramatyki opisowej.

[17] Zob. np. http://mathforum.org/dr.math/faq/faq.peasant.html.

[18] Więcej na ten temat zob. (Parea, Soriano & Terzi 1977).

Idea systemu dwójkowego rodzi się od 1666 r. w związku z *Dissertatio de arte combinatoria* (Leibniz 1666)[19], gdy Leibniz powziął pomysł rachunku logicznego[20].

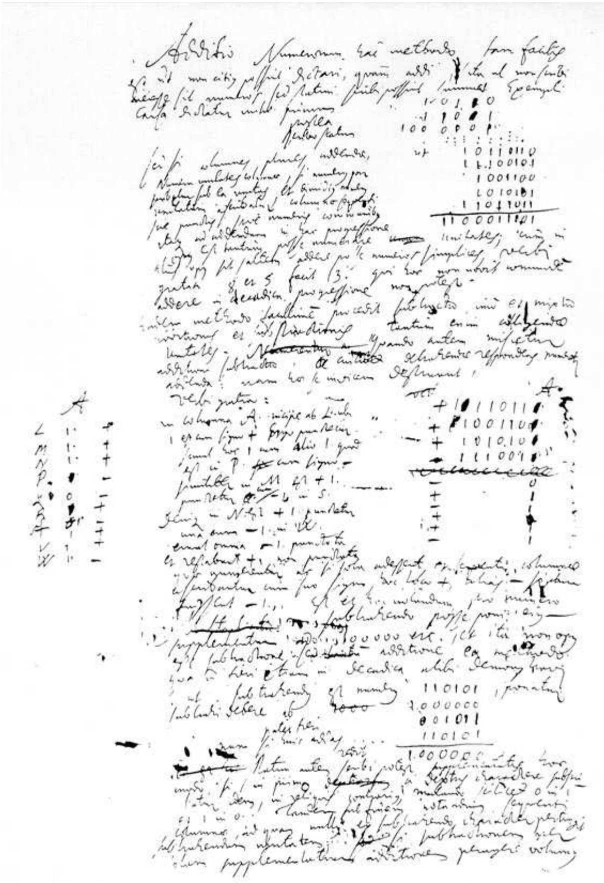

DISSERTATIO
De
ARTE COMBI-
NATORIA,
In qua
Ex Arithmeticæ fundamentis Complicationum ac Transpositionum
Doctrina novis præceptis exstruitur, & usus ambarum per universum scientiarum orbem ostenditur; nova etiam
Artis Meditandi,
Seu
Logicæ Inventionis semina
sparguntur.
Præfixa est Synopsis totius Tractatus, & additamenti loco
Demonstratio
EXISTENTIÆ DEI,
ad Mathematicam certitudinem exacta.
AUTORE
GOTTFREDO GUILIELMO
LEIBNüZIO Lipsensi,
Phil. Magist. & J. U. Baccal.
LIPSIÆ,
Apud Joh. Simon. Fickium et Joh. Polycarp. Seuboldum
in Platea Nicolaea.
Literis Spörelianis.
A. M. DC. LXVI.

System dwójkowy został wynaleziony przez Leibniza około 1679 r., kiedy to

[19] Publikacja ta rozwija pomysły Leibniza z jego rozprawy habilitacyjnej, w której rozważał zagadnienia języka pojęciowego i różnych sposobów kombinacji pojęć.

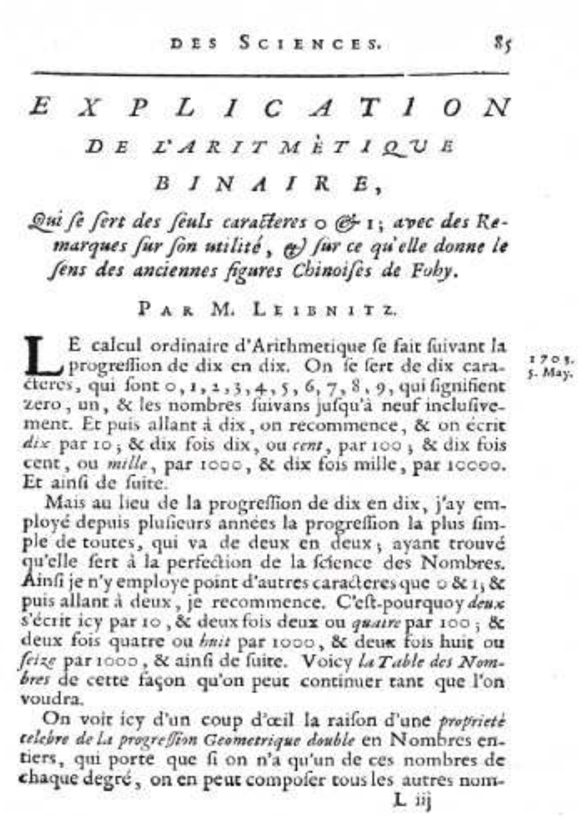
[20] Jako nastolatek został wprowadzony w system logiki arystotelesowskiej. To ona rozbudziła jego geniusz matematyczny i zafascynowała matematyką. Arystotelesowski podział pojęć na kategorie naprowadził go na myśl języka, który będzie przemawiał nie słowami, lecz pojęciami. Język z takim alfabetem powinien umożliwiać rachunkowe obliczanie, które zdania są prawdziwe, a które nie. Leibniz pozostawał pod urokiem Arystotelesa a idea rachunku pasjonowała Leibniza do końca życia.

napisał *De progressione dyadica* (Leibniz 1679).



De progressione dyadica

W pracy tej Leibniz analizuje możliwości tego systemu oraz pokazuje jak wykonywać podstawowe operacje arytmetyczne: dodawanie i odejmowanie, mnożenie i dzielenie. W artykule tym Leibniz pisze o maszynie, działającej w oparciu o system binarny.



EXPLICATION DE L'ARITMÈTIQUE BINAIRE,

Qui se sert des seuls caracteres 0 & 1; avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.

PAR M. LEIBNITZ.

LE calcul ordinaire d'Arithmetique se fait suivant la progression de dix en dix. On se sert de dix caracteres, qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui signifient zero, un, & les nombres suivans jusqu'à neuf inclusivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit *dix* par 10; & dix fois dix, ou *cent*, par 100; & dix fois cent, ou *mille*, par 1000, & dix fois mille, par 10000. Et ainsi de suite. 1703. 5. May.

Mais au lieu de la progression de dix en dix, j'ay employé depuis plusieurs années la progression la plus simple de toutes, qui va de deux en deux; ayant trouvé qu'elle sert à la perfection de la science des Nombres. Ainsi je n'y employe point d'autres caracteres que 0 & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'est-pourquoy *deux* s'écrit icy par 10, & deux fois deux ou *quatre* par 100; & deux fois quatre ou *huit* par 1000, & deux fois huit ou *seize* par 1000, & ainsi de suite. Voicy *la Table des Nombres* de cette façon qu'on peut continuer tant que l'on voudra.

On voit icy d'un coup d'œil la raison d'une *proprieté celebre de la progression Geometrique double* en Nombres entiers, qui porte que si on n'a qu'un de ces nombres de chaque degré, on en peut composer tous les autres nom-

L iij

TABLE DES NOMBRES. 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

000000	0
000001	1
000010	2
000011	3
000100	4
000101	5
000110	6
000111	7
001000	8
001001	9
001010	10
001011	11
001100	12
001101	13
001110	14
001111	15
010000	16
010001	17
010010	18
010011	19
010100	20
010101	21
010110	22
010111	23
011000	24
011001	25
011010	26
011011	27
011100	28
011101	29
011110	30
011111	31
100000	32
&c.	&c.

bres entiers au-dessous du double du plus haut degré. Car icy, c'est comme si on disoit, par exemple, que 111 ou 7 est la somme de quatre, de deux & d'un. Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre & un. Cette proprieté sert aux Essayeurs pour peser toutes sortes de masses avec peu de poids, & pourroit servir dans les monnoyes pour donner plusieurs valeurs avec peu de pieces.

100	4
10	2
1	1
111	7

1000	8
100	4
1	1
1101	13

Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire tres-facilement toutes sortes d'operations.

Pour *l'Addition* par exemple. ☽

110	6	101	5	1110	14
111	7	1011	11	10001	17
1101	13	10000	16	11111	31

Pour la *Soustraction.*

1101	13	10000	16	11111	31
111	7	1011	11	10001	17
110	6	101	5	1110	14

Pour la *Multiplication.* ⊙

11	3	101	5	101	5
11	3	11	3	101	5
11		101		101	
11		101		1010	
1001	9	1111	15	11001	25

Pour la *Division.*

15 ‖ 1111 } 101 ‖ 5
3 ‖ 11 11
11

Et toutes ces operations sont si aisées, qu'on n'a jamais besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire dans la division ordinaire. On n'a point besoin non-plus de rien apprendre par cœur icy, comme il faut faire dans le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que 6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3 donne 15, suivant la Table *d'une fois un est un*, qu'on appelle Pythagorique. Mais icy tout cela se trouve & se prouve de source, comme l'on voit dans les exemples précedens sous les signes ☽ & ⊙.

Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire tres-facilement toutes sortes d'operations.

Pour *l'Addition* par exemple. ☽

110	6	101	5	1110	14
111	7	1011	11	10001	17
1101	13	10000	16	11111	31

Pour la *Soustraction.*

1101	13	10000	16	11111	31
111	7	1011	11	10001	17
110	6	101	5	1110	14

Pour la *Multiplication.* ⊙

11	3	101	5	101	5
11	3	11	3	101	5
11		101		101	
11		101		1010	
1001	9	1111	15	11001	25

Pour la *Division.*

15 ‖ 1111 } 101 ‖ 5
3 ‖ 11 11
11

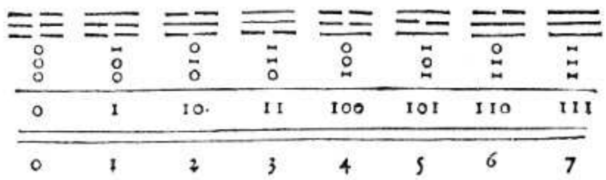
Pomysł systemu binarnego nie wzbudził zainteresowania i był ignorowany przez ówczesny świat nauki. Leibniz wrócił do niego w związku z *I Ching* (lub *Yijing*), chińską *Księgą przemian*

Leibniz dość wcześnie zainteresował się Chinami. Po raz pierwszy bezpośrednio o Chinach dowiedział się od spotkanego w Rzymie jezuity ojca Filippo Grimaldi. Zainteresowany był matematyką chińska. W listach do ojca Grimaldi (również do ojca Kochańskiego) dopytywał się m.in., czy w starych pismach chińskich są jakieś ślady dowodów geometrycznych; czy znali twierdzenie Pitagorasa. Korespondował z Joachimem Bouvet'em (1656–1730) misjonarzem katolickim, jezuitą. Było to związane z szerszym zamiarem. Jezuici mieli nadzieję na nawrócenie Chińczyków na chrześcijaństwo poprzez wskazywanie tego, co wspólne chrześcijaństwu i chińskiej starożytnej teologii. W ten jezuicki zamysł wpisywał się Leibniz, który chciał wykazać zgodność wszelkiej wiedzy i wynalazków. Szukał Leibniz również informacji o pozaeuropejskich językach, mając na uwadze stworzenie języka uniwersalnego[21]. Bouvet podjął studia nad *I Ching*, postrzegając ten tekst jako brakujące ogniwo pomiędzy oboma religiami (Swetz 2003). Leibniz przesłał Bouvet'owi szkic swojego systemu binarnego. Od niego właśnie Leibniz otrzymał heksagramy przypisywane Fu Xi, mitycznemu pierwszemu cesarzowi Chin i legendarnemu wynalazcy pisma chińskiego. Wkrótce po otrzymaniu od Bouvet'a listu zawierającego heksagramy oraz dokonaną przez Bouvet'a ich identyfikacją z systemem binarnym, Leibniz przedstawił do publikacji *Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères 0 et 1, avec des remarques sur son utilité, et sur ce quélle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy* (Wyjaśnienie arytmetyki binarnej, korzystającej wyłącznie z cyfr „0" i „1", z uwagami o jej użyteczności i znaczeniu, jakie daje dawnym chińskim rysunkom Fu Xi) (Leibniz 1703), zob. (Ching & Oxtoby 1992, s. 44). W odniesieniu do Chińczyków pisał:

> Tym, co jest zadziwiające w tym [binarnym] liczeniu jest to, że arytmetyka 0 i 1 obejmuje sekret linii starożytnego chińskiego króla zwanego Fohy (Fu Xi), o którym sądzi się, że żył 4000 lat temu i którego Chińczycy uważają za założyciela ich imperium i ich nauki . . . .

[21]Moglibyśmy powiedzieć, że Leibniz był prekursorem globalizmu w warstwie życia naukowego i kulturalnego ale również gospodarczego, o czym może świadczyć zamysł przekazania cesarzowi chińskiemu za pośrednictwem cara Piotra Wielkiego skonstruowanej przez siebie maszyny liczącej. Dar ten miał uświadomić poziom techniczny Europy jako potencjalnego partnera handlowego Chin. Dążył również do pojednania religijnego.

Posąg ubóstwionego Fu Xi, trzymającego Yin-Yang. Świątynia w Tien Sui w prowincji Gan Su.



000	001	010	011	100	101	110	111
0	1	10	11	100	101	110	111
0	1	2	3	4	5	6	7

Les Chinois ont perdu la ſignification des *Cova* ou Lineations de Fohy, peut-être depuis plus d'un millenaire d'année; & ils ont fait des Commentaires là-deſſus, où ils ont cherché je ne ſçay quels ſens éloignés.

W liście do Bouvet'a z 15 lutego 1701 r. Leibniz tak komentował swoje odkrycie:

> Et si vous supprimés au commencement l'origine de l'invention de ce calcul (qui vient de l'analogie de la progression binaire avec la denaire) [. . .] la chose paroistra d'autant plus admirable . . . .

Zauważmy wszak, że przypisywanie Chińczykom szczególnej roli w wynalezieniu systemu dwójkowego bierze się bardziej z intencji, którymi kierował się Leibniz niż z rozważenia sytuacji. Faktycznie heksagramy pochodzą od filozofa Shao Yong'a (1011–1077) z jego dzieła *Huangji jingshi shu* (*Księga o wzniosłej zasadzie, która rządzi wszystkimi rzeczami tego świata*). Buddyjska doktryna *Yin* oraz *Yang* opiera się na „binarnej" zasadzie, na której skonstruowany miałby być świat. Shao i Leibniz mieli tę samą wizję świata jako stworzonego zgodnie z systemem binarnym, co ma odzwierciedlenie we wszystkich rzeczach i jest odnajdywalne w istocie ludzkiej. Diagramy były używane przez Shao w sposób przypominający podstawowe zagadnienia Leibniza filozofii nauki. Shao jednak nie posunął się dalej w kierunku rozumienia swoich diagramów jako systemu liczbowego. Powodem było jego przekonanie, że ścisłe myślenie naukowe było zgubne dualistycznie i szkodliwe duchowo (por. (Ryan 1996)). Zdaniem Needham'a (Needham 1956) znaki w diagramach Shao nie były używane na oznaczenie liczb. Związek między heksagramami a liczbami binarnymi jego zdaniem opiera się na podobieństwie symboli, które umieszczone na okręgu miały przyporządkowywać sobie „1" z „0" lub raczej „+1" z „−1", jak męskie uzupełnia żeńskie. Widzimy więc, że można zgodzić się na binarny charakter przedstawienia heksagramów. Nie jest to jednak to samo, co system binarny.

Zauważmy jeszcze, że liczenie na pary jest powszechne i znane nawet ludom pierwotnym, jak choćby Aborygeni. Znając system dziesiętny miał Leibniz pojęcie systemu liczbowego. Istota odkrycia Leibniza polega więc nie na tym, że można liczyć dwójkami, lecz na odkryciu systemu dwójkowego i opisaniu jego własności. Sam pisze o oparciu swojego pomysłu o analogię z systemem dziesiętnym (zob. powyższy cytat z listu do Bouveta).

Choć Leibniz nie był pierwszym, kto eksperymentował z liczbami binarnymi, czy w ogóle kwestią systemu pozycyjnego (zob. (Glaser 1971)), to rozważając system dwójkowy dawał świadectwo przeplatania się wielu intelektualnych idei swojej wizji świata, nie tylko języka uniwersalnego, lecz również teologicznych oraz mistycznych idei porządku, harmonii i stworzenia z 0 oznaczającym nicość i 1 oznaczającą Boga (por. (Swetz 2003)). Ponadto jego artykuł z 1703 (Leibniz 1703) zawiera zastosowanie systemu binarnego do dawnych tekstów chińskich przepowiedni *I Ching*.

2.3 Leibniza uzasadnienie systemu binarnego

Leibniz tak tłumaczy przewagę systemu dwójkowego:

> Zamiast ciągu geometrycznego na bazie dziesięciu, przez wiele lat stosowałem najprostszy ze wszystkich ciągów, a mianowicie

> na bazie dwóch, uznając, że przyczynia się to do doskonałości nauki o liczbach. Nie używam więc cyfr innych niż 0 i 1, a zatem dochodząc do dwóch zaczynam od początku. Dlatego dwa jest zapisywane tu jako 10, a dwa razy dwa, czyli cztery jako 100, a dwa razy cztery, czyli osiem jako 1000, a dwa razy osiem, czyli szesnaście jako 10000, i tak dalej. (Leibniz 1992)

Leibniz wskazuje na praktyczne wykorzystanie systemu binarnego w ważeniu i jego zastosowanie w systemie monetarnym. Stawia pytanie o najmniejszą liczbę odważników potrzebnych do zważenia dowolnego ciężaru i najmniejszą liczbę monet, za pomocą których można by było rozliczyć dowolną kwotę. W oparciu o to, że w zapisie binarnym każda liczba jest sumą wzajemnie różnych liczb, z których każda jest potęgą dwójki, dowodzi, że właśnie potęgi liczby dwa wyznaczają potrzebne odważniki i — odpowiednio — nominały. Na przykład dla zważenia wszystkich ciężarów o wadze do 15 jednostek wystarczą tylko cztery odważniki, a mianowicie: $1, 2, 4, 8$.

Kolejną zaletą systemu dwójkowego w opinii Leibniza jest łatwość wykonywania operacji arytmetycznych. Operacje są wtedy tak proste, że nigdy nie musimy zgadywać albo postępować metodą prób i błędów, co ma miejsce w wypadku zwykłego dzielenia. Nie zaleca jednak rezygnacji ze zwyczajnej praktyki stosowania systemu dziesiętnego nie tylko dlatego, że nie jest łatwo zrezygnować z czegoś, do czego jesteśmy przyzwyczajeni, ale dlatego, że w zapisie dziesiętnym liczby nie są tak długie. Dodaje, że gdybyśmy byli przyzwyczajeni do systemu dwunastkowego lub szesnastkowego[22], to zapisy liczb byłyby jeszcze krótsze. Dzisiaj w informatyce podstawowy jest system binarny, ale właśnie ze względu na krótkość w opisach stosowany jest też zapis ósemkowy lub szesnastkowy.

System binarny znajduje zastosowanie w komputerach dlatego, że urządzenie jest prostsze wymaga bowiem odróżnienia tylko dwóch stanów zamiast np. dziesięciu, co byłoby wymagane dla systemu dziesiętnego. W systemie dwójkowym urządzenie (*hardware*) do wykonania dodawania musi uwzględniać cztery wypadki: $0{+}0, 0{+}1, 1{+}0, 1{+}1$. W wypadku systemu dziesiętnego, jak można policzyć urządzenie musiałby radzić sobie ze 100 wypadkami, co oczywiście komplikowałoby je technicznie. Podobnie jest z mnożeniem. Choć „przekład" na system dziesiętny, którym posługuje się użytkownik zajmuje czas i pamięć komputera, to jednak mimo to bilans przemawia za systemem binarnym.

[22] Dwanaście jako baza systemu liczenia jest przyjęte, gdy liczymy na tuziny. Można liczyć na mendle. Liczymy wtedy po piętnaście. Nie znam zaś liczenia na bazie szesnastu.

Dodajmy, że w 1840 Thomas Fowler (1777–1843) zademonstrował (drewnianą) maszynę liczącą w oparciu o system trójkowy[23].

Projekt maszyny Fowlera na witrażu kościoła św. Michała w Great Torrington, Devon, Anglia (fot. Pamela Vass)

Prace nad budową komputera ternarnego podjęto w Związku Radzieckim. W (Brousentsov, Maslov, Ramil & Zhogolev 2005) czytamy:

> It is known that the ternary arithmetic has essential advantages as compared with the binary one that is used in present-day computers. In connection with this Donald Knuth assumed that the replacement of "flip-flop" for "flip-flap-flop" one a "good" day will nevertheless happen (Knuth 1969). Now, when the binary computers predominate, it is hard to believe in a reality of such assumption, but if it would happen not only the computer arithmetic, but the informatics on the whole would become most simple and most perfect. The third value (Aristotle named it $\sigma\nu\mu\beta\varepsilon\beta\eta\kappa o\varsigma$ — attendant) what is very actual but hidden in binary logic, will become obvious and direct manipulated. Ternary logic has better accordance with the Nature and human informal thinking (Brousentsov 1994). Unfortunately, the modern researches of the multi-valued (non-binary) logic are formal and are not associated with practical requests.

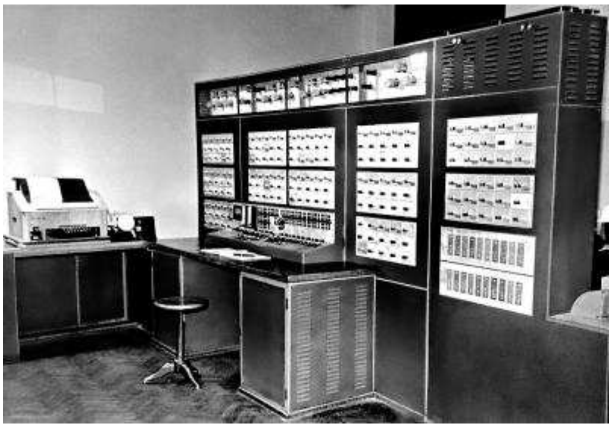
[23]Została opisana przez De Morgana (De Morgan 1840, De Morgan (1837-1843)). Bibliografię na ten temat można znaleźć:
http://www.mortati.com/glusker/fowler/refslinks.htm Zob. również (Czerniak 2002).

A remarkable exclusion is the experience of creating the ternary computers "Setun" and "Setun 70" at Moscow State University. This experience convincingly confirms practical preferences of ternary digital technique.

[...]

Simplicity, economy and elegance of computer architecture are the direct and practically very important consequence of the ternarity, more exactly — of representation of data and instructions by symmetrical (balanced) code, i.e. by code with digits $0, +1, -1$. In opposite to binary code there is no difference between "signed" and "unsigned" number. As a result the amount of conditional instructions is decrease twice and it is possible to use them more easily; the arithmetic operations allow free variation of the length of operands and may be executed with different lengths; the ideal rounding is achieved simply by truncation, i.e. the truncation coincides with the rounding and there is the best approximation the rounding number by rounded.

The experience of creating, programming and application of "Setun" unambiguously confirmed the significant preferences of ternarity.



Pierwszy doświadczalny *Setun*

W opinii Leibniza system binarny, innymi słowy system liczenia za pomocą 0 i 1, mimo swej długości, jest dla nauki bardziej podstawowy niż inne systemy; umożliwia on nowe odkrycia, które są użyteczne nawet w praktyce arytmetycznej a szczególnie w geometrii, ponieważ, gdy liczby są zredukowane do najprostszych zasad wszędzie — jak pisze — ukazuje się wspaniały porządek. Jako przykład podaje tabelę liczb, w której kolumnach kolejno mamy: 01, 0011, 00001111, 0000000011111111 itd. Kwadraty liczb, sześciany i inne potęgi oraz liczby trójkątne[24], piramidalne[25] i inne liczby figuratywne[26] również mają podobne okresy tak, że można bez liczenia bezpośrednio rysować ich tabele. Pewna monotonia na początku, która później pozwala oszczędzać na liczeniu, a korzystając z reguł iść nieskończenie daleko, jest w najwyższym stopniu zaletą[27].

Oprócz powyższych argumentów natury formalnej wskazuje Leibniz argumenty natury filozoficznej a nawet mitologicznej.

Takim argumentem o charakterze mitologicznym jest odwołanie się do tradycji chińskiej. Leibniz dostrzega tajemność w diagramach, które jak pisze pochodzą od króla i filozofa Fu Xi, o którym Chińczycy twierdzą, że żył ponad cztery tysiące lat temu i który uważany jest za założyciela cesarstwa i tego, kto dał podstawy jego wiedzy. Rysunki przypisywane Fu Xi zdaniem Leibniza wiążą się z arytmetyką. W trigramach *Cova* linia ciągła: — ma odpowiadać 1 a linia przerywana: – – ma odpowiadać 0. Są to chińskie zasady: *Yin* i *Yang*. Linie, przerywana (*Yin*) i nieprzerywana (*Yang*), reprezentują opozycję żeńskiego i męskiego, Ziemi i Nieba, negatywnego i pozytywnego.

Ciekawy jest argument natury — moglibyśmy powiedzieć — dyplomatycznej. Chińczycy zatracili rozumienie diagramów, a oto z konieczności znajdują prawdziwe wyjaśnienie dzięki Europejczykom. Pisze Leibniz, że zaledwie dwa lata wcześniej wysłał do wielebnego ojca Bouvet'a, sławnego jezuity francuskiego mieszkającego w Pekinie, opis swojego sposobu liczenia za pomocą 0 i 1 a to Bouvet'owi wystarczyło, aby rozpoznać klucz do rysunków Fu Xi. W odpowiedzi z listopada 1701 r. otrzymał Leibniz wielki rysunek tego królewskiego filozofa — jak określa Fu Xi — obejmujący liczby aż do 64[28]. Zatem nie ma już miejsca na żadne wątpliwości, że Bouvet rozszyfrował zagadkę Fu Xi. Ponieważ — jak uważa Leibniz — rysunki te są

[24]Liczba trójkątna — mówiąc obrazowo — to każda maksymalna liczba kół o tej samej średnicy, które nie zachodząc jedno na drugie mogą „zmieścić” się w trójkącie równobocznym. Dla danego trójkąta liczba ta będzie rosła wraz ze zmniejszaniem średnicy kół.

[25]Liczba piramidalna — mówiąc obrazowo — to każda maksymalna liczba kul o tej samej średnicy, które nie zachodząc jedna na drugą „mieszczą” się w regularnej piramidzie. Dla danej piramidy liczba ta będzie rosła wraz ze zmniejszaniem średnicy kul.

[26]Liczby te można określić analogicznie do liczb trójkątnych lub piramidalnych.

[27]Podobne argumenty natury praktycznej i matematycznej można wskazać dla systemu trójkowego. Zob. np. (Hayes 2001).

[28]Leibniz prowadził bardzo obszerną — jak na owe czasy — korespondencję. Liczba jego respondentów przekraczała 600 osób. Była wśród nich większość uczonych (europejskich). Dyskutowane były najprzeróżniejsze kwestie.

najstarszym zabytkiem nauki na świecie, zatem odszukanie jego znaczenia po tak długim czasie zdaje się być bardziej fascynujące. Leibniz sądził, że chińskie heksagramy mogłyby być zaczątkiem języka uniwersalnego.

Leibniz miał również motywację metafizyczną. W styczniu 1697 wraz z życzeniami urodzinowymi do swego protektora księcia Rudolfa Augusta z Brunszwika (Herzog von Braunschweig-Wolfenbüttel Rudolph August — przesłał list, w którym omawia system binarny i ideę stworzenia, z 0 jako nicością i 1 jako oznaczającą Boga (Swetz 2003). Dla Leibniza (Leibniz 1697):

> Denn einer der Hauptpuncten des christlichen Glaubens, und zwar unter denjenigen, die den Weltweisen am wenigsten eingegangen, und noch den Heyden nicht wohl beizubringen sind, ist die Erschaffung der Dinge aus Nichts durch die Allmacht Gottes. Nun kann man wohl sagen, daß nichts in der Welt soie besser vorstelle, ja gleichsam demonstrire, als der Ursprung der Zahlen, wie er allhier vorgestellet ist, durch deren Ausdrückung blos und allein mit Eins und mit Nulle oder Nichts alle Zahlen entstehen. Und wird wohl schwerlich in der Natur und Philosophie ein besseres Vorbild dieses Geheimnisses zu finden sein, daher ich auch die entworfene Medaille gesetzet:
>
> IMAGO CREATIONIS.
>
> Es ist aber doch dabei nicht weniger betrachtungswürdig, wie schon darus erscheinet, nicht nur, daß Gott Alles aus Nichts gemacht, sondern auch daß Gott Alles wohl gemacht, und daß Alles, was er geschaffen, gut gewesen; wie wirs hier denn in diesem Vorbilde der Schöpfung auch mit Augen sehen.

Dla Leibniza nicość i ciemność odpowiadają zeru, zaś promieniujący duch Boga odpowiada jedynce. Uważał bowiem, że wszystkie kombinacje powstają z jedności i nicości, co jest podobne temu, gdy mówi się, że Bóg uczynił wszystko z niczego i że były tylko dwie zasady — Bóg i nicość. W liście do księcia Rudolfa Augusta pisał (Leibniz 1697):

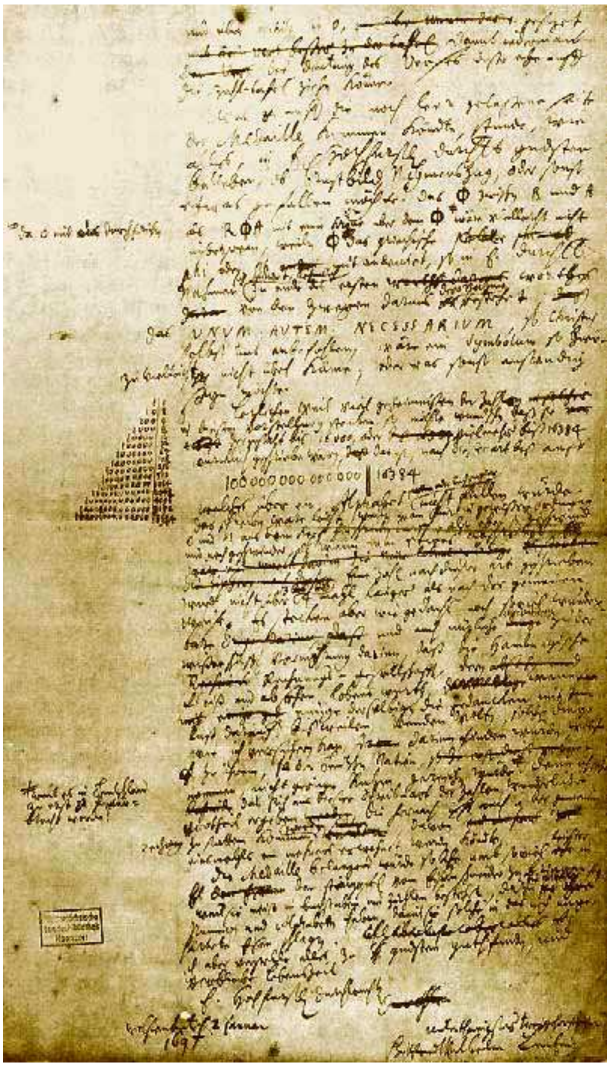
> ...so habe darauf entworfen Licht und Finsterniß, oder, nach menschlicher Abbildung, den Geist GOttes über dem Wasser: denn Finsterniß war auf der Tiefe, und der Geist GOttes schwebete auf dem Wasser. Da sprach GOtt: Es werde Licht, und es ward Licht. Und kommt solches um so mehr zu Passe, weilen die

leere Tiefe und wüste Finsterniß zu Null und Nichts; aber der Geist GOttes mit seinem Lichte zum allmächtigen Eins gehöret.

Wegen der Worte des Sinnbildes, oder Motto dell' impresa, habe ich mich eine Zeitlang bedacht, und endlich gut befunden, diesen Vers zu setzen:

> 2, 3, 4, 5 etc. 0
>
> Omnibus ex nihilo ducendis
>
> SUFFICIT UNUM,

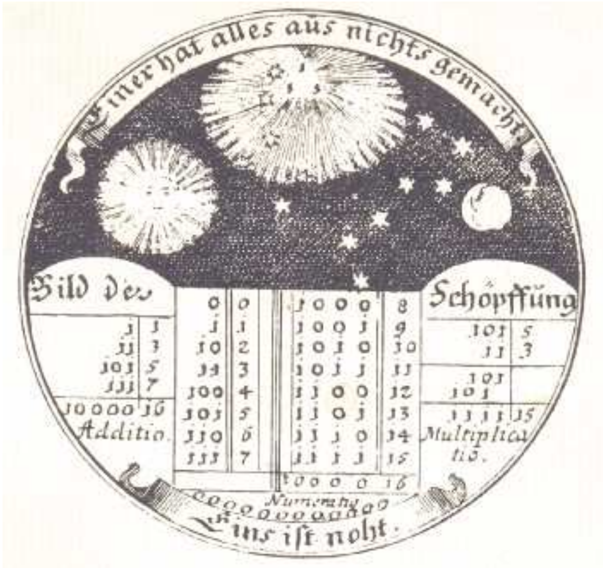
weil solcher gar klar andeutet, was mit dem ganzen Sinnbilde gemeinet, und warum es sey Imago Creationis. So kann man auch diesen Vers füglich in zwei Theile theilen, so auch vermittelst des Unterschieds unter den Buchstaben sowohl, als auch des dazwischen gelassenen kleinen Platzes, sichtbarlich geschehen, damit der letzte Theil davon, SUFFICIT UNUM vor den rechten Hauptspruch erkennet werde, welcher, wie in dergleichen erfordert wird, einige argutiam und Tiefsinnigkeit in sich hat. Denn dieses sufficit unum, ob es schon hier von den Zahlen und der von ihnen angedeuteten Schöpfung eigentlich gesaget wird, so gehet es doch weiter, nemlich zu unsrer Lehre, und hält in sich die Hauptregel unsres Lebens und Christenthums, daß das einige Gut uns genug sey, wenn wir uns nur recht daran halten. Ueber omnibus sind die Ziffern 2, 3, 4, 5 u.s.w. und über nihilo das 0 gesetzt, damit jedermann die Deutung des Verses desto eher auf die Zahl=Tafel ziehen könne.


UNUM AUTEM NECESSARIUM

Ostatnia strona listu

Do ponownego odkrycia systemu binarnego miały go doprowadzić studia nad tekstami chińskimi *Fu Xi* sprzed trzech tysięcy lat. Na projektowanym medalu, którego motywem przewodnim było „*imago creationis*" i „*ex nihil ducendis Sufficit Unum*" jedynce odpowiada Słońce, które promieniuje na bezkształtną ziemię, zero.

Nawiązywał tym do Pitagorasa i Platona.



Zachwalając swoją arytmetykę binarną twierdził:

> tamen ubi Arithmeticam meam Binariam excogitavi, antequam Fohianorum characterum in mentem venirent, pulcherrimam in ea latere judicavi imaginem creationis, seu originis rerum ex nihilo per potentiam summae Unitatis, seu Dei.

Idea tak bardzo fascynowała Leibniza, że przekazywał ją ojcu Grimaldi, matematykowi na dworze cesarza Chin w nadziei, że za jej pomocą doprowadzi do nawrócenia cesarza a wraz z nim chrystianizacji całych Chin (Leibniz 1697):

> Daher, weilen ich anitzo nach China schreibe an den Pater Grimaldi, Jesuiter=Ordens, Präsidenten des mathematischen Tribunals daselbst, mit dem ich zu Rom bekannt worden, und der mir auf seiner Rückreise nach China, von Goa aus, geschrieben; so habe gut gefunden, ihm diese Vorstellung der Zahlen mitzutheilen, in der Hoffnung, weilen er mir selbst erzählet, daß der Monarch dieses mächtigen Reichs ein sehr großer Liebhaber der Rechenkunst sey, und auch die europäische Weise zu rechnen, von dem Pater Verbiest, des Grimaldi Vorfahr, gelernet; es möchte

> vielleicht dieses Vorbild des Geheimnisses der Schöpfung dienen, ihm des christlichen Glaubens Vortrefflichkeit mehr und mehr vor Augen zu legen.

2.4 Kod binarny jako język uniwersalny

Idea systemu binarnego rodzi się u Leibniza — o czym już była mowa — w związku z jego koncepcją języka pojęciowego, *lingua characteristica.*

W 1677 określa zasadnicze idee dociekań nad *characteristica universalis*, co zajmowało go od samej młodości. Należy znaleźć znaki lub symbole dla wyrażenia w sposób jasny i ścisły wszystkich myśli, jak w arytmetyce wyrażone są liczby lub w geometrii linie, aby można było z nimi czynić to samo, co czyni się w arytmetyce i geometrii, gdy ma sie je jako przedmiot rozumowania. Z tego powodu wszystkie dociekania, które oparte są na rozumowaniu, dokonywane będą przez przemieszczanie tych znaków, przez pewien rodzaj rachunku.

Leibniz chciał, aby język uniwersalny umożliwiał nadanie prawom logiki charakteru reguł rachunkowych. Język ten — jak sądził — byłby nieskończenie różny od wcześniej projektowanych, a to dlatego, że jego symbole a nawet wyrazy kierowałyby bezpośrednio rozumem i tym samym błędy, poza dotyczącymi faktów, miałyby miejsce tylko w rachunku. Choć język taki jest trudno wynaleźć, to byłoby bardzo łatwo rozumieć go bez żadnych słowników. W kwietniu 1679 r. w liście do księcia Johanna Friedricha von Braunschweig pisał:

> Wenn Gott Eurer Hochfürstl. Durchlaucht noch den Gedanken eingäbe, mir lediglich zu bewilligen, daß die 1200 Taler, die festzusetzen Ihr die Güte hattet, zu einer Dauerrente würden, so wäre ich ebenso glücklich wie Raymund Lull[29], und vielleicht mit größerem Recht. [...] Denn meine Erfindung umfasst den Gebrauch der gesamten Vernunft, einen Richter für alle Streitfälle, einen Erklärer der Begriffe, eine Waage für die Wahrscheinlichkeiten, einen Kompass, der uns über den Ozean der Erfahrungen leitet, ein Inventar der Dinge, eine Tabelle der Gedanken, ein Mikroskop zum Erforschen der vorliegenden Dinge, ein Teleskop zum Erraten der fernen, einen generellen Calculus, eine unschädliche Magie, eine nicht-chimärische Kabbala, eine Schrift,

[29]Pomysły Lullusa (*Ars Magna et Ultima*) zainspirowały wielu. Werner Künzel pisze (Künzel 2006): “Since 1987, I have programmed this first beautiful algorithm of the history of philosophy into the computer languages *COBOL*, *Assembler* and *C*.”

die jedermann in seiner Sprache liest; und sogar eine Sprache, die man in nur wenigen Wochen erlernen kann und die bald in der ganzen Welt Geltung haben wird. Und die überall, wo sie hinkommt, die wahre Religion mit sich bringt.

Raymundus Lullus

Miał to być system znaków nie tylko realny, lecz również obejmujący całość ludzkiej myśli. W liście do matematyka G. F. A. L'Hospital'a, pisał, że:

> Część sekretu „algebry" zawiera się w charakterystyce, t.j. w sztuce właściwego użycia wyrażeń symbolicznych. Troska o właściwe użycie symbolu byłaby „nicią Ariadny" (*filium Ariadne*), która prowadziłaby badaczy w tworzeniu tej charakterystyki.

Współcześnie kod binarny okazał się uniwersalnym kodem, w którym zapisujemy wszystko to, co daje się zapisać. Już nie tylko liczby, lecz również teksty a nawet obrazy i muzykę[30]. Kod binarny jest językiem uniwersalnym

[30] Pomysł mechanicznego kodowania muzyki jest dawny. Stosowany był choćby w katarynkach, które Babbage, projektant pierwszego uniwersalnego komputera, maniakalnie zwalczał, chodząc po ulicach Londynu.

stosuje się bowiem nie tylko do jakiegoś języka, lecz do każdego języka. Kodem tym zapisany jest niniejszy tekst w wersji elektronicznej. Kodem tym można zapisać teksty nie tylko w języku polskim, lecz w każdym innym.

Samego wynalezienia kodu binarnego nie można uznać za coś szczególnie fascynującego. Takim kodem posługują się wszak murzyni w buszu stosując do komunikowania tam-tamy. Binarny charakter ma alfabet Morse'a[31], w którym korzysta się z kropki/krótki sygnał i kreski/długi sygnał[32]. Wcześniej szyfrowanie binarne (biliterowe) opisał Francis Bacon (1561–1626). Za pomocą liter A i B zakodował pozostałe litery alfabetu (Heath 1972).

A	B	C	D	E	F
Aaaaa	aaaab	aaaba.	aaabb.	aabaa.	aabab.
G	H	I	K	L	M
aabba	aabbb	abaaa.	abaab.	ababa.	ababb.
N	O	P	Q	R	S
abbaa.	abbab.	abbba.	abbbb.	baaaa.	baaab.
T	V	W	X	Y	Z
baaba.	baabb.	babaa.	babab.	babba.	babbb.

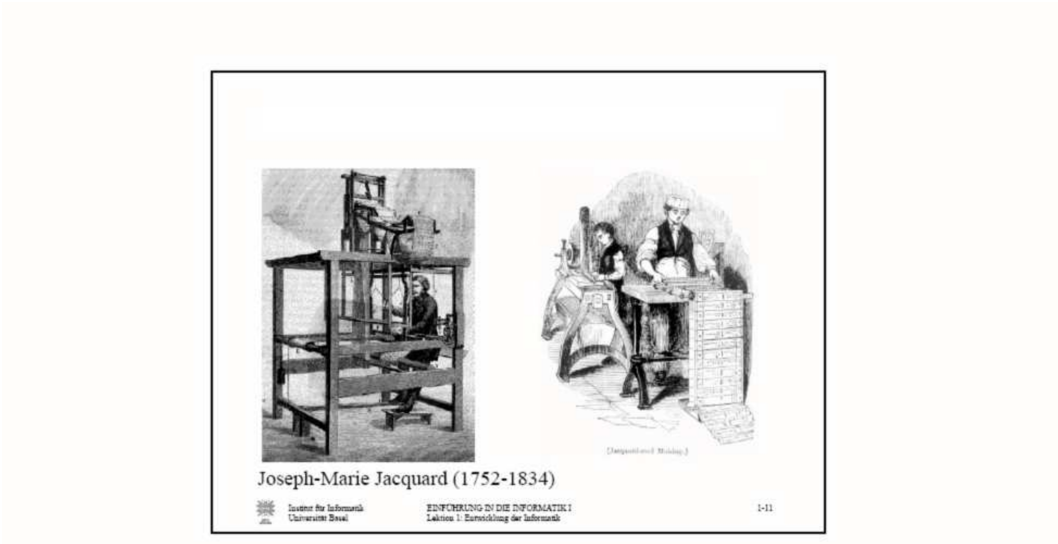
Tabela kodów Bacona

Idea sterowania maszyną za pomocą komend zapisanych binarnie nie jest nowa. W 1725 r., a więc było to już po śmierci Leibniza, Basile Bouchon, mistrz sztuk pasamonicznych z Lyonu wpadł na pomysł wybierania za pomocą specjalnych igieł i dziurkowanej papierowej taśmy pętlic nicielnicy, które winny być podniesione przy każdym podniesieniu czółenka. Karty mogły być wymieniane. W ten sposób powstał pierwowzór wymiennego programu dla maszyny. Człowiek, czyniąc dziurkę lub nie, zapisywał w pamięci maszyny program, według którego pracowała. Być może, że Bouchon został zainspirowany przez kurant — obracający się bęben z metalowymi dziurkami do sterowania kościelnymi dzwonami. Zamiar Bouchona po raz pierwszy skutecznie zrealizowali M. Falcon — w 1728 r. zastosował drewnianą płytę z systemem wywierconych otworów — i Jaques de Vaucanson (1745–1782). Krosno tego ostatniego było w pełni automatyczne. Tkanie stało się tańsze, szybsze, łatwiejsze i wyroby były praktycznie bez błędów. Czeladnicy tkaccy w obawie o miejsca pracy niszczyli nowe krosna. Mistrzowie, aby zachować monopol wykupywali wszystkie nowe krosna. Arystokracja i duchowieństwo,

[31]Samuel F. B. Morse (1791–1872) do 1830 r. zajmował się z powodzeniem malarstwem portretowym. Znany jest jako wynalazca telegrafu i systemu kodowania, noszącego dzisiaj jego imię.

[32]Język ten wymaga symbolu oddzielenia kodów znaków.

które w innowacjach dostrzegało zagrożenia ich pozycji zakazywali tych krosien. Nadeszła i minęła rewolucja, a nowe krosno gromadziło tylko kurz w paryskim muzeum sztuki i rzemiosła. Dopiero w 1800 r. Joseph-Marie Jacquard (1752-1834) zainteresował się nim. W 1805 r. skonstruował krosna żakardowe[33].



Kodowanie binarne z pomysłu Jacquarda wykorzystał Charles Babbage

[33]Ojciec jednego z twórców informatyki von Neumanna, bankier, kredytował na Węgrzech inwestycje w przemyśle włókienniczym związane z krosnami Jacquarda.

(1791–1871)[34]

Charles Babbage

[34]Matematyk, absolwent Trinity College w Cambridge, Alma Mater sir Isaaca Newtona. Jako młody człowiek przeczytał każdą książkę z algebry, która mu wpadła w rękę, wstając regularnie o trzeciej rano. Ta prestiżowa uczelnia, pielęgnując newtonowską matematykę, niewiele miała do zaoferowania młodemu utalentowanemu studentowi. Rozwój matematyki dokonywał się bowiem w oparciu o koncepcję Leibniza. Jako student założył *Analytical Society* i wraz z kolegami przetłumaczył fragment podręcznika współczesnej matematyki francuskiego matematyka Lacroix.

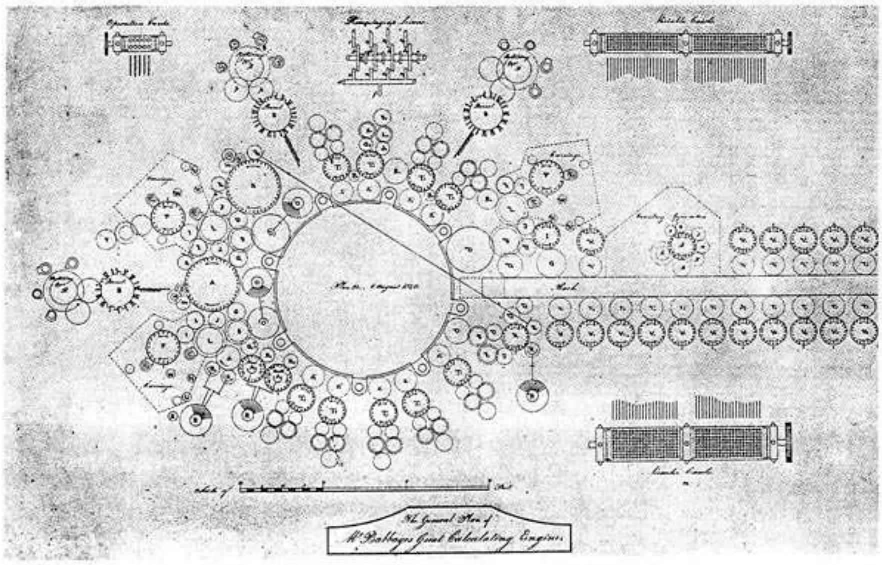
w pomyśle *Maszyny Analitycznej* (*Analytical Engine*)[35]. Była to koncepcja maszyny o ogólnym przeznaczeniu. Na wymiennych kartach perforowanych zapisywany był nie wzór tkaniny, lecz program sterujący obliczeniami. Urządzenie Babbage'a miało mieć 50.000 części ruchomych i miało być napędzane maszyną parową wielkości lokomotywy.

Zadania budowy maszyny podjął się w 1821 r., gdy wraz z kolegą przygotowywał tablice matematyczne. Po zauważeniu mnóstwa błędów sfrustrowany miał zakrzyknąć[36]:

I wish to God these calculations had been executed by steam!

[35]Wcześniej nad *Maszyną Różnicową* (*Difference Engine*). Dziś jest ona eksponowana w Londynie w Science Museum.

[36]Więcej na temat Babbage'a, jego maszyny i jej rekonstrukcji pisze Doron Swade (Swade 2002), który na dwusetlecie urodzin Babbage'a na podstawie projektu zrekonstruował *Difference Engine*.

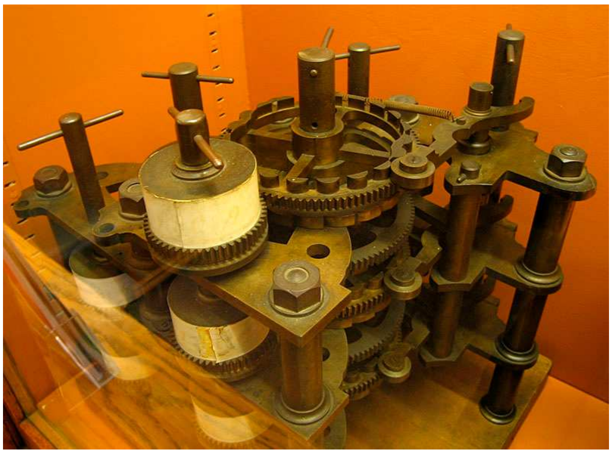


Projekt *Analytical Engine*

Analytical Engine miała być sterowana w pełni automatyczne, nawet drukowane miały być wyniki obliczeń.

Babbage'a *I wish to God these calculations had been executed by steam!* przywodzi na myśl Leibniza i chciałoby się to odczytać jako nową odpowiedź na pytanie, kto ma liczyć, jeżeli liczenie "is unworthy of excellent men".

Babbage pilnie studiował prace Leibniza. Promował Leibniza ujęcie rachunku różniczkowego i całkowego. Możemy więc pytać, dlaczego konstrukcje zarówno w wypadku *Difference Engine* jak i *Analytical Engine* oparte były o system dziesiętny, a nie o preferowany przez Leibniza system binarny. Możemy pytać dlaczego nawet tej sprawy nie rozważał. Być może, że po prostu Leibniz dla matematyków liczył się jako twórca rachunku różniczkowego i całkowego, a to osiągnięcie odsunęło zainteresowanie innymi pracami Leibniza.



Fragment *Difference Engine* skonstruowany po śmierci Babbage'a przez syna z części, które znalazł w pracowni ojca.

W 1991 r. Doron Swade, starszy kustosz Science Museum of London, zbudował — *Difference Engine # 2* — „komputer" według projektu Babagge'a, używając jedynie materiałów i technologii dostępnych w czasach Babagge'a w XVII w. Dowiódł on, że maszyna rzeczywiście działałoby zgodnie z planami projektanta[37].

Analytical Engine nie została wykonana. Pozostała idea ogólnego przeznaczenia. *Maszyna Analityczna* antycypowała uniwersalny komputer. W rozważaniach teoretycznych ideę tę podejmował Turing, zaś inspiracje praktyczne czerpał Aiken, konstruktor komputera uniwersalnego *Mark I*. Stąd też tytuł „ojciec komputerów" niektórzy odnoszą przede wszystkim do Bab-

[37]Tego, że projekty nie były wykończone przez Babbage'a należy upatrywać w cechach charakterologicznych tego twórcy. Babagge był ekscentrykiem. Jeden z biografów określa go jako porywczego geniusza (*irascible genius*). Prawdopodobnie był pierwowzorem Daniela Doyce'a w powieści Charles'a Dickens'a — *Little Dorrit*.

bage'a. Znaczący udział w pracach Babagge'a miała

Augusta Ada Byron (1815-1852), znana również jako lady Lovelace, córka poety Lorda Byrona a żona lorda Lovelace[38]. Nie tylko wspomagała prace Babagge'a finansowo[39], zarówno z własnych środków jak i ze środków pochodzących ze zbiórek i dotacji, lecz również miała swój wkład teoretyczny — pisała o technikach programowania, m.in. o obliczaniu za pomocą maszyny analitycznej liczb Bernoulliego. Stąd niektórzy uznają ją, a nie Babagge'a za pierwszego programistę. Lady Lovelace porównywała warsztat tkacki Jacquard'a z *Maszyną Analityczną* Babbage'a:

[38]Małżeństwo rodziców Ady trwało krótko. Matka była starą panną pochodzącą z purytańskiej arystokracji. Ojciec prowadził rozwiązły tryb życia. Matka Ady wyszła za mąż w przekonaniu, że zmieni burzliwy tryb życia Byrona. Ada była wychowywana przez ciotki, które podejrzewały, że mogła odziedziczyć po ojcu skłonność do rozpusty. Zmuszały ją do studiów matematycznych jako zajęcia diametralnie rożnego od sztuki i poezji, co — w ich przekonaniu — miało odwrócić lub opóźnić konsekwencje jej „złej krwi". To, że Ada Lovelace była programistką nie jest wykluczone. Wszak maszyna Babbage była programowalna.

[39]Sam Babbage nim utracił zaufanie pozyskał środki publiczne, za które można by wybudować okręt wojenny.

> We may say most aptly that the Analytical Engine weaves algebraical patterns just as the Jacquard-loom weaves flowers and leaves.

Dodajmy, że na jej cześć Departament Obrony Stanów Zjednoczonych nazwał jeden z języków programowania *ADA*[40].

Pomysł Babbage'a z kartami perforowanymi okazał się bardzo trwały. Amerykański wynalazca, imigrant z Austrii, Herman Hollerith (1860–1929) w 1889 r. zainspirowany konduktorskim narzędziem do kasowania biletów wykorzystał ideę kart perforowanych, konstruując maszynę do obliczenia wyników spisu powszechnego w Stanach Zjednoczonych w 1890 r. Obliczenie wyników spisu powszechnego przeprowadzonego w 1880 r. trwało prawie siedem lat. Spodziewano się, że w wypadku kolejnego spisu — ponieważ przybyło ludności — zajmie to około dziesięciu lat.

Babbage użył kart perforowanych do „zapisania" instrukcji. Hollerith zastosował ten pomysł Jacquarda do zapisania danych. Każda karta reprezentowała jednego człowieka. Podzielona była na 240 kwadratów. Otwór w kwadracie miał określone znaczenie, oznaczał. np. przedział wieku (co pięć lat) człowieka, którego była to karta. Karty wkładano do tabulatora. Zawarte dane przekazywane były automatycznie na skale tarczowe, które podawały bieżącą sumę dla każdej cechy, np. liczbę osób w różnych grupach wiekowych. Za pomocą maszyny nie dość, że wyniki obliczono w ciągu sześciu tygodni, to na dodatek udało się zredukować błędy. Karty zaś — co jest bardzo ważne — służyły do przechowania danych. W 1896 r. Hollerith zakłada firmę: *Tabulating Machine Company*, która po serii przekształceń, od 1924 za sprawą T. J. Watsona Sr. znana jest jako IBM (International Business Machines). To on spopularyzował logo: *Think*. Maszyna Holleritha była maszyną specjalnego przeznaczenia. W kolejnych latach wielu konstruktorów poczyniło znaczące postępy, konstruując maszyny do różnych nowych zadań. W 1931 r. Vannevar Bush (1890–1974) zbudował maszynę analogową do rozwiązywania równań różniczkowych, które długo stanowiły problem dla matematyków.

Kodowanie binarne zyskuje nowy wymiar jeżeli koduje się za pomocą liczb (na nich bowiem można wykonywać operacje obliczeniowe). Pierwszy binarny kod o charakterze alfanumerycznym jest pomysłem Giuseppe Peano[41]. Zaprojektował on abstrakcyjną maszynę stenograficzną opartą na binarnym kodowaniu wszystkich sylab języka włoskiego. Stosował kodowa-

[40] Więcej o Adzie Lovelace zob. (Langley-Levy Moore 1977), (Stein 1987).

[41] Dodajmy, że w 1903 r. Peano stworzył język *Interlingua*. Była to wersja łaciny o bardzo uproszczonej gramatyce. Powoływał się przy tym na idee Leibniza.

nie szesnastobitowe (miał więc do dyspozycji 65 536 kombinacji). Oprócz kodowania fonemów zakodował dziesięć cyfr i 25 liter.

Co takiego można by uznać za szczególną zasługę Leibniza, jeśli mieć na uwadze sprawę binarnego kodowania? Jak się zdaje to właśnie, że dostrzegł systemowy charakter kodu binarnego, a więc możliwość wykonywania na nim operacji zarówno arytmetycznych — co sam opisał — oraz operacji logicznych — co uczynił Boole. Swoim przekonaniem, że wszystko jest stworzone z 0 i 1 antycypował to, czego jesteśmy świadkami, że wszelka informacja daje się zapisać binarnie. Jego teza ontologiczna o świecie jako stworzonym przez 1 za pomocą 0 otworzyła nowe perspektywy dla połączenia systemu informacji z metafizyką[42]. Ta właśnie koncepcja, że wszystko daje się stworzyć z 0 i 1 jest powodem, dla którego twórca algorytmicznej teorii informacji Chaitin — jak pisze nie całkiem na serio — proponuje nazwać podstawową jednostkę informacji nie „bit” lecz „leibniz” (Chaitin 2004):

> [...] all of information theory derives from Leibniz, for he was the first to emphasize the creative combinatorial potential of the 0 and 1 bit, and how everything can be built up from this one elemental choice, from these two elemental possibilities. So, perhaps not entirely seriously, I should propose changing the name of the unit of information from the bit to the leibniz!

[42] Współcześnie głosi się tezę o wszechświecie jako wielkim komputerze. Wszechświat przetwarza informację, symuluje swój rozwój, oblicza przyszłość i zgodnie z tym „postępuje”. Set Lloyd i Jack Ng w *Wszechświat jako komputer* (2004) piszą:

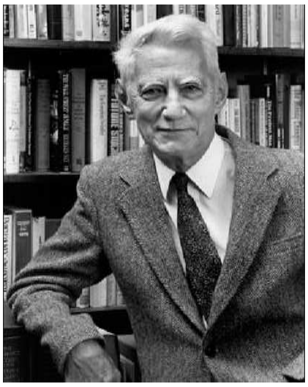
> Wszechświat jest komputerem zbudowanym z dwóch rodzajów składników. Materia ma dużą dynamikę i działa jak szybki komputer. Energia jest prawie statyczna i działa jak powolny komputer jednoprocesorowy. Działając wspólnie, oba składniki przeprowadziły od początku istnienia Wszechświata największą liczbę operacji dozwoloną przez prawa fizyki, tj. ok. 10^{123}. Tyle najwięcej bitów zmieści się we Wszechświecie. Ponadto Wszechświat nasz jest jakby dwuwymiarowy: największa możliwa liczbą informacji, jaką może przechowywać obszar przestrzeni, jest proporcjonalna nie do jego objętości, lecz do powierzchni. Istnieniu obiektów fizycznych nieodłącznie towarzyszy przetwarzanie informacji. John Wheeler, fizyk z Princeton University mówi: „Byt z bitu” (It from bit). *Computo, ergo sum.* Obliczam więc jestem!

Według Richarda Feynmana zegar komputera-Wszechświata tyka z częstotliwością rzędu $2\dot{1}0^{45}$ herców. RAM bez uwzględnienia grawitacji ma mieć 10^{90} bajtów a po jej uwzględnieniu ma to być 10^{120} bajtów. Dusza to po prostu całość informacji, pozwalającej na odtworzenie osobnika. Wskazuje się różnorakie problemy. I tak zwolennicy koncepcji Wszechświata jako komputera stawiają pytanie o możliwość jego sformatowania. *Big Bang* jest zaś dla nich momentem wczytania systemu operacyjnego.

2.5 Rozwój i zastosowania systemu binarnego po Leibnizu

Po Leibnizu, w 125 lat później George Boole (1815–1864) tworzy dwuwartościową algebrę, zwaną dziś algebrą Boole. Znaczenie pomysłu Boole'a polega na tym, że dla kodu binarnego tworzy logiczny system algebraiczny. Leibniz marzył o rachunku logicznym, opisywał liczbowy system binarny. Nie on jednak stworzył logiczną algebrę dwuwartościową. Jest to zasługa Boole'a.

Zastosowania algebry Boole'a były przedmiotem studiów Claude Shannona, w szczególności w jego pracy magisterskiej (master's thesis) na MIT (1937 r.): *A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits*[43].



Claude Shannon

Praca Shannona zapoczątkowała praktyczne projektowanie obwodów cyfrowych w oparciu o zasady algebry Boole'a. Można powiedzieć, że Shanon zaimplementował algebrę Boole'a w obwodach elektrycznych. Binarne kodowanie postrzegano wówczas jako w zasadzie narzędzie matematyczne. Shannon nadał mu więc nowy wymiar. Shannon skojarzył Boole'a z technologią. Pożytki płynące z algebry Boole'a w pełni zostały dostrzeżone wraz z nadejściem ery nowoczesnych komputerów. Z algebry Boole'a korzystamy dzisiaj na co dzień. Kiedy poszukujemy danych w internecie stosujemy *NO*, *OR*, *AND* w ich boolowskim znaczeniu. Shannon również dostrzegł możliwość

[43] O pracy tej Herman Goldstine pisze (Goldstine 1972):

> Claude E. Shannon, the founder of what is often called Information Theory, in his master's thesis showed in a masterful way how the analysis of complicated circuits for switching could be affected by the use of Boolean algebra. This surely must be one of the most important master's theses ever written ... The paper was a landmark in that it helped to change digital circuit design from an art to a science.

kodowania binarnego tekstów, wypowiedzi, muzyki itd. W 1961 roku John Kelly z *Bell Labs* zaprogramował komputer, aby śpiewał. Teza Shannona pokazała jak bardzo Leibniz wyprzedzał daleko myślą swój wiek, zarówno filozoficznie jak i technicznie. Intuicja podpowiedziała mu, że chiński kod *Yin-Yang* był bardziej uniwersalny i przedstawiał więcej niż tylko liczby. Nie bez powodu Norbert Wiener pisał[44] (Wiener 1948, s. 12):

> If I were to choose a patron saint for cybernetics, ... I should have to choose Leibniz.

W listopadzie 1937 r. Georg Stibitz, wówczas pracownik *Bell Labs*, zbudował oparty o przekaźniki sumator, który nazwał „*Model K*" (kitchen — kuchnia, gdzie był montowany). Maszyna obliczała, używając systemu binarnego. *Bell Labs* zaakceptowało program badawczy ze Stibitz'em jako kierownikiem. W styczniu 1940 r. zakończone zostały prace nad *Complex Number Computer*. Na pokazie dla American Mathematical Society w Dartmouth College we wrześniu 1940 r. obecni byli John von Neumann, John Mauchly i Norbert Wiener, który pisze o tym w swoich pamiętnikach.

John Atanasoff, profesor fizyki na Iowa State College, buduje prototyp komputera binarnego *ABC* (**A**tansoff-**B**erry **C**omputer) przed 1939 r. Była to pierwsza elektroniczna maszyna obliczeniowa. Komputer używał 300 lamp próżniowych, kondensatorów do przechowywania danych cyfrowych i kart perforowanych do komunikacji *wejście-wyjście*. Maszyna nie była programowalna i z powodu wąskiej specjalizacji (równania różniczkowe) można ją określić jako elektroniczny kalkulator. Do jej zbudowania nie doszło z powodu wybuchu wojny.

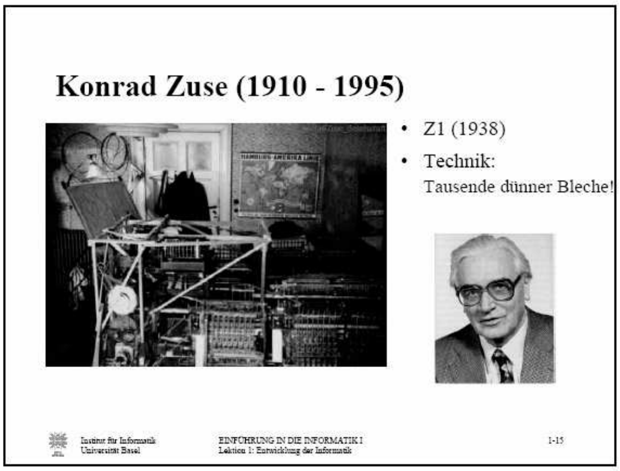
W tym też czasie komputer binarny buduje Konrad Zuse, niemiecki inżynier budownictwa i malarz amator. Pierwszy binarny komputer zbudował w kuchni swoich rodziców. W Europie zwykło się podejmować zagadnienia techniczne jako swego rodzaju pokłosie rozważań filozoficznych i teoretycznych. Zusego cechowało podejście amerykańskie, praktyczne, od strony zastosowań. Jego *Z3*[45] z 1943 roku było konstrukcją pracującą wyłącznie na bazie systemu dwójkowego[46] i było w pełni programowalne (za pomocą

[44] Por. (Glaser 1971), (Zacher 1973, s. 18–34).

[45] Egzemplarz tej maszyny znajduje się w Berlinie w Museum für Technik und Verkehr, a jej replika wykonana przez Zusego w Deutsches Museum w Monachium.

[46] „Bit" w jego maszynach miał budowę mechaniczną, a nie elektroniczną jak to jest we współczesnych komputerach.

perforowanych zużytych taśm filmowych).

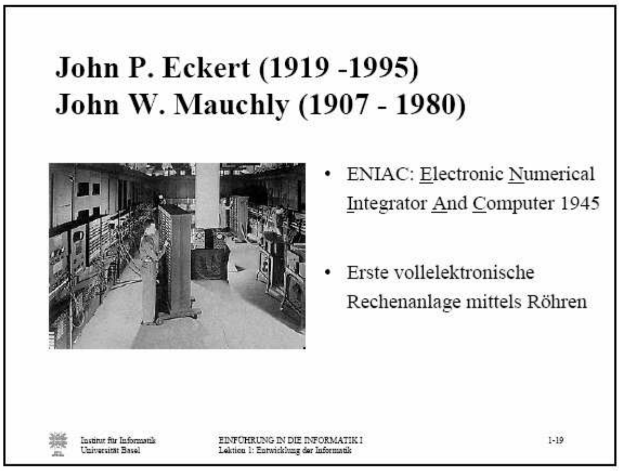


Jedna z ważniejszych konstrukcji komputerowych, ukończony w 1946 roku *ENIAC* (**E**lectronic **N**umerical **I**ntegrator **A**nd **C**alculator)[47] działał w oparciu o system dziesiętny[48]. Każda z dziesięciu cyfr była reprezentowana przez jedną z dziesięciu w rzędzie lamp: cyfra była wskazywana przez lampę nieświecącą. Była to cyfra 5, gdy świeciły wszystkie lampy oprócz piątej w rzędzie. W *Mark I* stosowano dziesiętne przechowywanie za pomocą rotujących tarcz, które mogły zatrzymywać się na jednej z dziesięciu pozycji. *ENIAC* nie był programowalny za pomocą programu. Zmiana jego funkcji

[47] *ENIAC* dał początek całej serii komputerów pierwszej generacji — olbrzymich maszyn, które zapoczątkowały historię komputerów cyfrowych. *Z3* Zusego z 1941 r. choć w pełni programowalne, nie było w pełni elektroniczne. Brytyjski *Colossus* (w pracach nad jego koncepcją zaangażowany był Turing) był w całości elektroniczny, ale był wąsko specjalizowany i zaprogramowanie go było bardzo skomplikowane. *ENIAC* był komputerem ogólnego przeznaczenia, w całości elektronicznym.

[48] Konstrukcja była dziełem fizyka Johna W. Mauchly i inżyniera elektronika Johna P. Eckert'a. Z ich memorandum w marcu 1943 roku w czasie rutynowej kontroli ośrodka obliczeniowego Uniwersytetu Pensylwanii przypadkowo zapoznał się dr H. H. Goldstine, który pracował w Ballistic Research Laboratory. W czerwcu podpisano rozpoczęcie tajnego projektu *PX*.

była możliwa poprzez zmianę w zewnętrznych przełącznikach i okablowaniu.



W omówionych konstrukcjach liczbowy system binarny zostaje wykorzystany do wykonywania obliczeń matematycznych. Choć przełączniki pracują tak, jak to opisane jest w algebrze Boole'a[49], to nie jest to wykorzystanie w pełni tego, co wyraża istotę algebry Boole'a, a mianowicie nie jest to wykorzystanie algebry logiki. Do tego dochodzi dzięki von Neumannowi. W jego koncepcji binarnie zarówno wykonywane są operacje arytmetyczne jak i logiczne. Von Neumann łączy więc w jedno kodowanie binarne oraz oba systemy binarne: arytmetyczny i logiczny.

Goldstine w swoich wspomnieniach mówi o szczęśliwym trafie, jakim latem 1944 roku było spotkanie von Neumanna na stacji kolejowej w Aberdeen. Goldstine pisze:

> Nigdy wcześniej nie spotkałem tego wielkiego matematyka, lecz oczywiście wiedziałem o nim bardzo wiele i przy wielu okazjach słuchałem jego wykładów. (Goldstine 1972, s. 182)

Po dyskusji o mocy *ENIAC*-a, von Neumann żywo zainteresował się tą maszyną a późnym latem 1945 roku przetestował ją w związku z obliczeniami niezbędnymi do konstrukcji bomby wodorowej. Von Neumann szybko został wprowadzony w kwestie struktury logicznej komputera kolejnej generacji

[49]Co nie znaczy, że twórcy tych komputerów mieli o niej choćby pojęcie, np. Konrad Zuse takiej wiedzy był pozbawiony.

EDVAC-a (**E**lectronic **D**iscrete **V**ariable **A**utomatic **C**omputer)[50], szkicując koncepcję „magazynowanego programu". Instrukcje algorytmu mogły by przechowywane elektronicznie i wykonywane sekwencyjnie. W ten sposób von Neumann dał zarys „uniwersalnej maszyny liczącej" w sensie Alana Turinga (Turing 1936–37), czyli maszyny zdolnej wykonać dowolną procedurę algorytmiczną. Nie było to przypadkiem, von Neumann był zarówno zapoznany z postawionym przez Hilberta tzw. *Entscheidungsproblem* jak i jego rozwiązaniem dokonanym przez Turinga i powstałą w związku z tym koncepcją uniwersalnej maszyny Turinga, która jest modelem programowalnego komputera. Ważna dla architektury von Neumanna koncepcja CPU (centralnej jednostki sterującej) była inspirowana dowodem twierdzenia Gödla[51]: tym samym „kodem" zapisane zostały zarówno operacje jak i argumenty operacji.

Koncepcję architektury komputera przedstawił von Neumanm w napisanym w 1945 roku *First Draft of a Report on the EDVAC* (Neuman 1981), raporcie pod auspicjami University of Pennsylvania i United States Army Ordnance Department. W uzasadnieniu, jakie daje dla wyboru systemu binarnego podobnie, jak to miało miejsce u Leibniza, odwołuje sie do prostoty tego systemu. W raporcie czytamy (Neuman 1981):

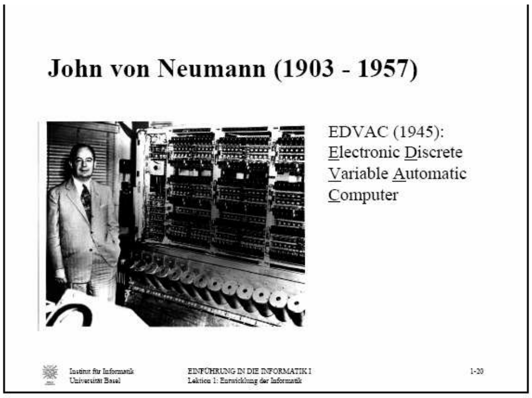
> 5.1 ... Since these tube arrangements are to handle numbers by means of their digits, it is natural to use a system of arithmetic in which the digits are also two valued. This suggests the use of the binary system.
>
> 5.2 A consistent use of the binary system is also likely to simplify the operations of multiplication and division considerably. Specifically it does away with the decimal multiplication table. ... In other words: Binary arithmetic has a simpler and more one-piece logical structure than any other, particularly than the decimal one.

[50] Prace nad nim Mauchly i Eckert wspólnie z Johnem von Neumannem podjęli już w 1944 r. „Maszyna von Neumanna" jak bywa nazywany *EDVAC* była w całości elektroniczna, łatwa w programowaniu i posiadająca pamięć na przechowywanie programu. Podobnie jak *ENIAC* została zbudowana na Uniwersytecie Pensylwanii dla potrzeb *BRL*. Z *EDVAC*-a korzystano w latach 1952–1962. Był mniejszy od poprzednika, czyli *ENIAC*-a, ale technicznie dużo doskonalszy: posiadał pamięć operacyjną z rtęciową rurą opóźniającą na 1000 słów oraz wejście/wyjście z zastosowaniem taśmy perforowanej i kart dziurkowanych a do kontroli sterowania zastosowano zwykły oscyloskop. Zajmował 45 m^2 i zawierał 6 tysięcy lamp próżniowych, 12 tysięcy diod, zużywał 56 kW mocy.

[51] Von Neumann jako jedyny uczestnik konferencji w Königsbergu, gdzie Gödel referował swoje twierdzenie zrozumiał o co chodzi Gödlowi i pojął z nim dyskusję.

W raporcie podkreśla się, że:

> An important part of the machine is not arithmetical, but logical in nature. Now logics, being a yes-no system, is fundamentally binary. Therefore, a binary arrangement of the arithmetical organs contributes very significantly towards a more homogeneous machine, which can be better integrated and is more efficient.



W architekturze von Neumanna następuje pełne wykorzystanie liczbowego i logicznego systemu binarnego oraz kodowania binarnego. Najprościej można by wyrazić to tak, że już nie tylko dane operacji są kodowane binarnie, lecz również binarnie kodowane są operacje. Leibniz zapisał binarnie liczby, Boole zapisał binarnie logikę, Gödel zapisał liczbami dane, Shanonn pokazał jako można realizować binarne operacje za pomocą obwodów elektrycznych, von Neumann wszystko to połączył w jedno. Tym samym zrealizowany byłby pomysł Leibniza. W opinii Wienera (1948):

> The history of the modern computing machine goes back to Leibniz and Pascal. Indeed, the general idea of a computing machine is nothing but a mechanization of Leibniz's calculus ratiocinator.

Okazało się — co pokazał Gödel — że mechanizacja rozumowania ma ograniczenia. Choć język binarny stał się językiem uniwersalnym za pomocą, którego można wszystko wypowiedzieć, to jednak Leibnizowi nie tylko o to chodziło. Wciąż jednak jest miejsce na postęp, na realizację wyzwania Leibniza, jakim jest sztuczna inteligencja.

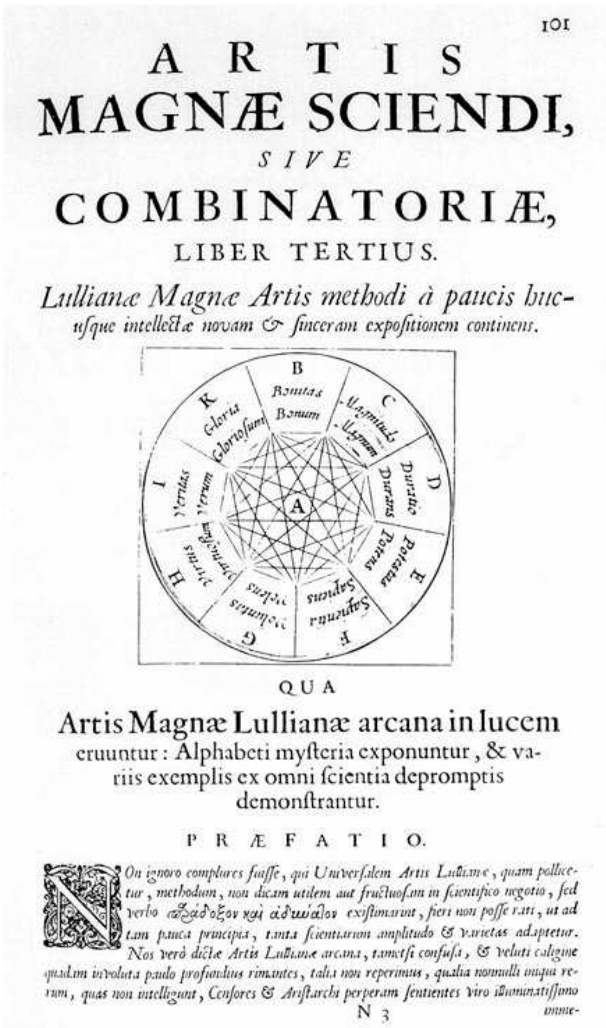
3 Komputer Leibniza

Leibniz marzył o maszynie do rachowania. Rachowane zaś miały być nie tylko liczby, ale również argumenty[52].

Cała wiedza miałaby być wyrażona w specjalnym języku a reguły rachunkowe wystarczałyby dla określenia relacji logicznych. Człowiek uwolniony od rachowania miałby poświęcić się myśleniu twórczemu. Mimo swego optymizmu był przekonany, że sam takiemu zadaniu nie podoła. Wierzył jednak, że niewielka liczba zdolnych współpracowników mogłaby osiągnąć ten cel

[52]Miał w tym poprzednika w osobie Raymundusa Lullusa i jego *ars combinatoria* i nawiązującego do Lullusa Athanasiusa Kirchera z jego *Ars Magna Sciendi* z 1669 (Kircher 1669). Obu Leibniz krytykuje.

w kilka lat.


101

ARTIS
MAGNÆ SCIENDI,
SIVE
COMBINATORIÆ,
LIBER TERTIUS.

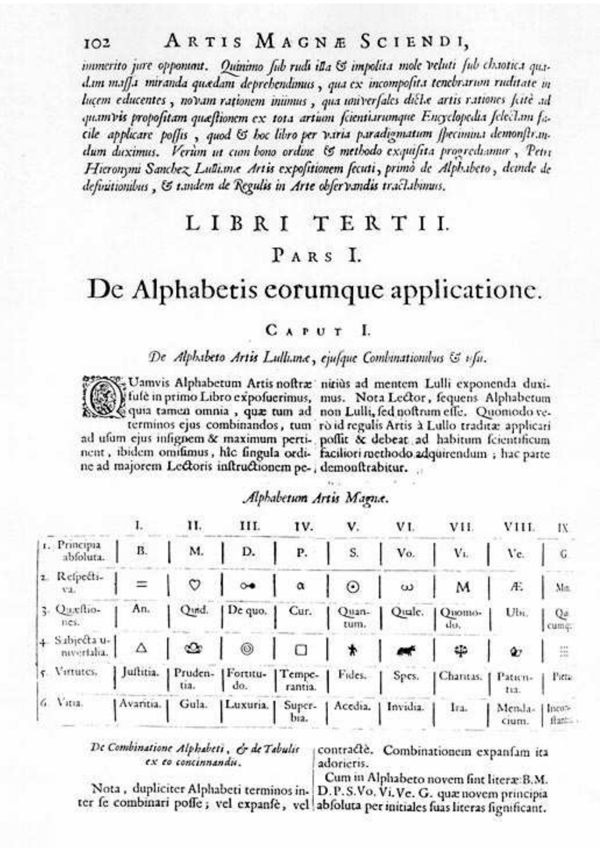
Lullianæ Magnæ Artis methodi à paucis hucusque intellectæ novam & sinceram expositionem continens.

QUA
Artis Magnæ Lullianæ arcana in lucem eruuntur: Alphabeti myſteria exponuntur, & variis exemplis ex omni ſcientia depromptis demonſtrantur.

PRÆFATIO.

Non ignoro complures fuiſſe, qui Univerſalem Artis Lullianæ, quam pollicetur, methodum, non dicam utilem aut fructuoſam in ſcientifico negotio, ſed verbo παράδοξον καὶ ἀδυνάτον exiſtimarint, fieri non poſſe rati, ut ad tam pauca principia, tanta ſcientiarum amplitudo & varietas adaptetur. Nos verò dictæ Artis Lullianæ arcana, tametſi confuſa, & veluti caligine quadam involuta paulo profundius rimantes, talia non reperimus, qualia nonnulli iniqui rerum, quas non intelligunt, Cenſores & Ariſtarchi perperam ſentientes viro illuminatiſſimo imme-

N 3



102 ARTIS MAGNÆ SCIENDI,

immerito jure opponunt. Quinimo ſub rudi illa & impolita mole veluti ſub chaotica quadam maſſa miranda quædam deprehendimus, qua ex incompoſita tenebrarum ruditate in lucem educentes, novam rationem iniimus, qua univerſales dictæ artis rationes ſcitè ad quamvis propoſitam quæſtionem ex tota artium ſcientiarumque Encyclopedia ſelectam facile applicare poſſis, quod & hoc libro per varia paradigmatum ſpecimina demonſtrandum duximus. Verùm ut cum bono ordine & methodo exquiſita progrediamur, Petri Hieronymi Sanchez Lullianæ Artis expoſitionem ſecuti, primò de Alphabeto, deinde de definitionibus, & tandem de Regulis in Arte obſervandis tractabimus.

LIBRI TERTII.

PARS I.

De Alphabetis eorumque applicatione.

CAPUT I.

De Alphabeto Artis Lullianæ, ejuſque Combinationibus & uſu.

QUamvis Alphabetum Artis noſtræ fuſè in primo Libro expoſuerimus, quia tamen omnia, quæ tum ad terminos ejus combinandos, tum ad uſum ejus inſignem & maximum pertinent, ibidem omiſimus, hîc ſingula ordine ad majorem Lectoris inſtructionem penitiùs ad mentem Lulli exponenda duximus. Nota Lector, ſequens Alphabetum non Lulli, ſed noſtrum eſſe. Quomodo verò id regulis Artis à Lullo traditæ applicari poſſit & debeat ad habitum ſcientificum faciliori methodo adquirendum; hac parte demonſtrabitur.

Alphabetum Artis Magnæ.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX
1. Principia abſoluta.	B.	M.	D.	P.	S.	Vo.	Vi.	Ve.	G
2. Reſpectiva.	=	♡	o•	α	⊙	ω	M	Æ	Ma
3. Quæſtiones.	An.	Quid.	De quo.	Cur.	Quantum.	Quale.	Quomodo.	Ubi.	Quacumq.
4. Subjecta univerſalia.	△		◎	□					⁞⁞
5. Virtutes.	Juſtitia.	Prudentia.	Fortitudo.	Temperantia.	Fides.	Spes.	Charitas.	Patientia.	Pieta
6. Vitia.	Avaritia.	Gula.	Luxuria.	Superbia.	Acedia.	Invidia.	Ira.	Mendacium.	Inconſtan

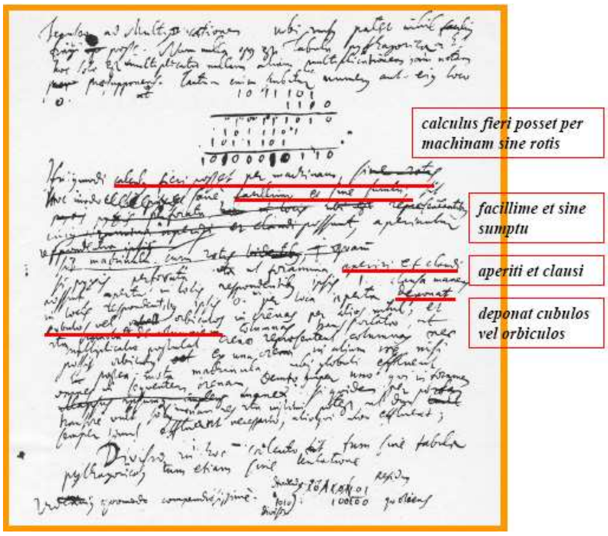
De Combinatione Alphabeti, & de Tabulis ex eo concinnandis.

Nota, dupliciter Alphabeti terminos inter ſe combinari poſſe; vel expanſè, vel contractè. Combinationem expanſam ita adorieris.

Cum in Alphabeto novem ſint literæ: B. M. D. P. S. Vo. Vi. Ve. G. quæ novem principia abſoluta per initiales ſuas literas ſignificant.

W 1673 roku na podstawie okazania maszyny liczącej wykonującej cztery operacje arytmetyczne Leibniz został jednogłośnie wybrany do the Royal Society of London. Wcześniejsza maszyna Pascala dodawała i mnożyła. Projektowana przez niego maszyna miała nadto odejmować i dzielić. W 1674 roku Leibniz opisał maszynę, która mogła być użyta do rozwiązywania równań algebraicznych.

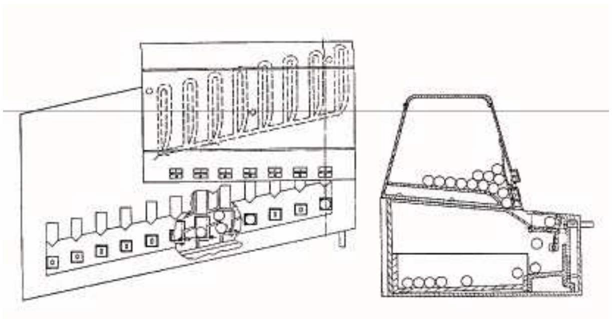
W 1679 Leibniz przedstawił pomysł komputera wykorzystującego binarną arytmetykę. Binarne liczby były w nim reprezentowane przez kulki, które były sterowane przez dziurkowaną kartę.



Pisał (Leibniz 1679):

> This [binary] calculus could be implemented by a machine (without wheels) in the following manner, easily to be sure and without effort. A container shall be provided with holes in such a way that they can be opened and closed. They are to be open at those places that correspond to a 1 and remain closed at those that correspond to a 0. Through the opened gates small cubes or marbles are to fall into tracks, through the others nothing. It [the gate array] is to be shifted from column to column as required.

Kiedy pominiemy jako nieistotne, z czego są kulki, karta i jaka energia jest wykorzystana, to można powiedzieć, że ten pomysł Leibniza został zrealizowany we współczesnych komputerach. Różnice napięć i elektrony przejęły role siły grawitacyjnej i kulek, por. (Dyson 1997).



Projekt maszyny binarnej (zob. (von Mackensen 1990))

Leibniz skonstruował maszynę pracująca w oparciu o system dziesiętny. Opisał ją w 1685 r. w manuskrypcie pod tytułem: *Machina arithmetica in qua non additio tantum et subtractio sed et multiplicatio nullo, divisio vero paene nullo animi labore peragantur.* Pisał, że kilka lat wcześniej widział urządzenie do automatycznego zapisywania liczby kroków. Doszedł wówczas natychmiast do idei, że cała arytmetyka mogła by być poddana podobnego rodzaju maszynie, która by nie tylko służyła do łatwego i szybkiego odliczania, lecz również do dodawała, odejmowała, mnożenia i dzielenia. Pisze, że w owym czasie nie znał *Pascaliny*[53]. Jednak, gdy tylko o niej usłyszał napisał do Paryża do Carcavius'a aby ten wyjaśnił mu jej działanie.

W swojej konstrukcji, którą Leibniz określał jako „licznik krokowy" wykorzystany został fakt, że mnożenie jest po prostu wielokrotnym dodawaniem. Leibniz tak cenił swój wynalazek, że na jego cześć zaprojektował medal z napisem:

temu, co przewyższa człowieka[54].

[53]W 1642 r. 19 letni Pascal, aby wspomóc w rachunkach swojego ojca, który był poborcą podatkowym zaprojektował sumator. Wykorzystał pomysł Herona z Aleksandrii (I w. n. e.). Pascal wykonał 50 egzemplarzy, ale dopiero po 20 latach maszyna zadziałała poprawnie. Podstawowa zasada działania *Pascaliny* wciąż znajduje zastosowanie w licznikach wody i drogomierzach.

[54]Por. http://www.calculemus.org/

317

Habentur & alia Machinamenta ſuperinceſſu carentia minus vulgò nota, magnis tamen operibus ob firmitatem apta & cum ſucceſſu adhibita, ubi nec dentium, nec trochlearum inceſſu motus transfertur, & tamen rota rotam etiam in diſtans circumagit, & rectilineus circularem, circularis rectilineum efficere poteſt. Sed talia hoc loco deſcribere, prolixum foret, ubi fundamenta tradere propoſitum fuit, Frictionis remedia derivantur.

XXXI.
G. G. L.
Brevis deſcriptio Machinæ
Arithmeticæ, cum Figura; quam vid. Fig. 73.

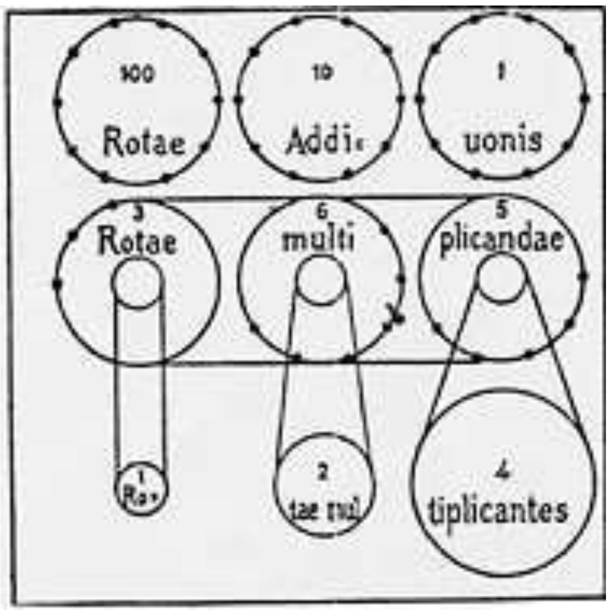
SPecimen Machinæ Arithmeticæ, à me adoleſcente inventæ, quam exhibeo, jam Anno 1673. ſocietati Regiæ Londinenſi oſtendi. Paulo provectiorem mox vidit Academia Regia Pariſina. Et tunc quidem Dn. Matthion Mathematicus eruditus Lutetiæ agens in edita à ſe Tabula æri inciſa, qua Orgyiam (Toiſe) in 1000. partes æquales dividebat, eique operationes in uſum vulgarem accommodabat: notavit, machina mea adhibita (quam viderat) calculos à puerulo peragi poſſe. Mentionem quoque ejus fecit celeberrimus Tſchirnhuſius in Medicinæ Mentis editione noviſſima. Viri excellentes Antonius Arnaldus, Chriſtianus Hugenius & Melchiſedecus Thevenotius, qui viderant, teſtati ſunt per literas quanti facerent, hortatique, ne oblivioni mandaretur.

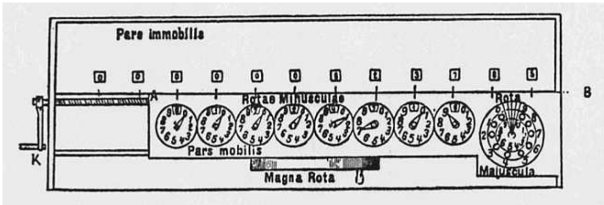
Conſiſtit ex duabus *partibus*, *Immobili & Mobili*. In parte immobili per foramina duodecim apparent rotulæ & in iis notæ numericæ 000000111085. In parte mobili viſitur *Rota* una *majuſcula* & octo minuſculæ. In Majuſcula exterius interiusque inſcriptæ ſunt notæ 0. 1. 2 3 4. 5. 6. 7. 8. 9, interque utrumque notarum Circulum eſt limbus mobilis foraminum decem, notis reſpondentium. *Rotarum Minuſcularum* cuivis inſcriptæ ſunt eædem notæ, adeſtque index, qui circumagi poteſt, & ab his indicibus monſtrantur notæ 00001709, eoque fit, ut eædem notæ etiam per eandem rotarum foramina ſeſe uno aſpectu unaque in linea oculo oſtendant.

Rr 3 Opera-

Na strychu w Getyndze zachował się oryginał przyrządu. Odnaleziono go w 1879 r. Jeden spośród skonstruowanych przez siebie egzemplarzy przekazał Leibniz Piotrowi Wielkiemu, aby ten dał go cesarzowi Chin. Nie jest jasne, czy oprócz tych dwóch zostały wykonane jeszcze inne prototypy.

Jedno z rozwiązań zwane kołem Leibniza było bardzo pomysłowe i było urządzeniem powszechnym w mechanicznych maszynach liczących aż do XX wieku. Koło to było przekładnią ze zmienną liczbą zębów. Liczby były „zapisywane” na kołach (*rotae minusculae*). Operacje arytmetyczne dokonywane były w wyniku obracania kół, co było ustawiane na specjalnym kole (*rota maiuscula*). Obroty dokonywane były za pomocą wielkiego koła (*magna rota*). Urządzenie składało się z części ruchomej (*pars mobilis*) i części nieruchomej (*pars immobilis*). Odejmowanie dokonywało się przez kręcenie w kierunku odwrotnym do kierunku, na którym dokonywało się dodawanie a np. trzykrotny obrót dawał iloczyn ustawionej liczby przez 3. Z rozwiązania Leibniza korzystał Charles Xavier Thomas de Colmar, który w 1982 roku skonstruował arytmometr, który był produkowany na skalę masową i sprzedawany przez 90 lat. Mimo, że preferował system binarny, Leibniz przyjął rozwiązanie oparte o system dziesiętny ze względu na długość zapisu binarnego, co — jak łatwo zauważyć — było istotnym problemem w wypadku „komputerów” mechanicznych.





O swojej maszynie Leibniz pisał:

> And now that we may give final praise to the machine we may say that it will be desirable to all who are engaged in computations which, it is well known, are the managers of financial affairs, the administrators of others' estates, merchants, surveyors, geographers, navigators, astronomers ... But limiting ourselves to scientific uses, the old geometric and astronomic tables could be corrected and new ones constructed by the help of which we could measure all kinds of curves and figures ... it will pay to extend as far as possible the major Pythagorean tables; the table of squares, cubes, and other powers; and the tables of combinations, variations, and progressions of all kinds, ... Also the astronomers surely will not have to continue to exercise the patience which is required for computation ... For it is unworthy of excellent men to lose hours like slaves in the labor of calculation which could safely be relegated to anyone else if the machine were used.
> Cf. (Davis 2001, Rozdz. I: Leibniz's Dream), zob. (Leibniz 1685)

Na zakończenie rozważań o leibnizjańskich inspiracjach informatyki zauważmy jeszcze, że również w myśli Leibniza można znajdować — co nie znaczy, że były bezpośrednim źródłem inspiracji — idee tak dziś powszechnej tendencji, aby tworzyć *user friendly* interfejs w szczególności poprzez stosowanie ikon oraz innych sposobów komunikowania się użytkownika z komputerem, które byłyby zrozumiałe dla każdego bez względu na jego wykształcenie i język ojczysty.

Według Leibniza doskonała wiedza zasad wszystkich nauk i sztuka ich zastosowania dzieli się na trzy jednakowo ważne części: sztukę rozumowania (logika), sztukę odkrywania (*ars inveniendi*) oraz sztukę zapamiętywania (mnemonika). Leibniz samym problemem zajmował się pisząc o *ars memoriae*. Już dla Platona było jasne, że łatwiej niż słowa zapamiętujemy obrazy. Przekonanie to podziela Giordano Bruno i interesujący nas Leibniz. Język doskonały miałby być oparty na obrazach, one mówią bardziej bezpośrednio do duszy.

4 Zakończenie

Leibniza idea maszynowego „myślenia" zapisanego językiem binarnym w jakiejś części realizowana jest przez współczesną informatykę. Zastosowania informatyki zmieniają nasze życie tak, jak tego chciał Leibniz, gdy pisał, że będzie to (*characteristica universalis*) ostatnim wysiłkiem ludzkiego ducha, bowiem gdy projekt zostanie zrealizowany będzie miał człowiek narzędzie powiększające możliwości rozumu tak, jak teleskop, który uzdalnia widzenie i mikroskop, który umożliwił ujrzenie wnętrza przyrody. Dzięki niemu (Leibniz 2006, Leibniz an Heinrich Oldenburg (1673–1676), s. 373–381):

> ...inter loquendum ipsa phrasium vi lingua mentem praecurrente praeclaras sententias effutient imprudentes, et suam ipsi scientiam mirantes, cum ineptiae sese ipsae prodent nudo vultu, et ab ignarissimo quoque deprehendentur.
> ...w trakcie mówienia, samą mocą sformułowań, gdy język będzie prowadził umysł, nawet głupcy będą wygłaszać wielce inteligentne zdania, dziwując się sami swojej wiedzy, bez trudu pokonując swą umysłową niemoc, a będzie owe wypowiedzi rozumiał nawet ktoś najgłupszy[55].

Przychodzi nam teraz dokonać osądu, do którego wzywał Leibniz, gdy pisał (Leibniz 2006, Leibniz an Heinrich Oldenburg (1673–1676), s. 373–381):

> Quantam nunc fore putas felicitatem nostram si centum ab hinc annis talis lingua coepisset.
> A to znaczy:
> Osądź, jak wielkie będzie nasze szczęście, jeśli za sto lat od tej chwili język taki powstanie[56].

Na konferencji zorganizowanej przez fizyków w Warszawie w 2005 roku *Foton — pierwsze sto lat i przyszłość*, komentując sformułowanie przez Einsteina 100 lat temu korpuskularnej teorii światła, wybitny fizyk Roger Penrose powiedział:

> *W każdej teorii musi być zawarty element fantazji.*

My dodajmy, że miarą wybitności jest to, czy fantazje te się spełniają. Leibniza fantazje — jeśli dzisiaj możemy je nazwać fantazjami — spełniają się.

[55]Tłumaczenie — W. Marciszewski.
[56]Tłumaczenie — W. Marciszewski.

Literatura

Aiton, E. J. (1985), *Leibniz: A Biography*, Adam Hilger, Boston.

Boole, G. (1847), *The mathematical analysis of logic: Being an essay towards a calculus of deductive reasoning*, Macmillan, Barclay, and Macmillan, Cambridge/George Bell, London. Reprinted Basil Blackwell, Oxford, 1951.

Brousentsov, N. P. (1994), *Origins of informatics*, The New Millennium Foundation, Moscow. In Russian.

Brousentsov, N. P., Maslov, S. P., Ramil, A. J. & Zhogolev, E. (2005), 'Development of ternary computers at Moscow State University', Internet.

Chaitin, G. J. (2004), 'Leibniz, Randomness & the Halting Probability'. http://www.cs.auckland.ac.nz/CDMTCS/chaitin/turing.html.

Ching, J. & Oxtoby, W. G. (1992), *Moral Enlightenment: Leibniz and Wolff on China*, Steyler Verlag, Nettetal.

Couturat, L. (1901), *La logique de Leibniz d'apr'es des documents in´edits*, Felix Alcan, Paris. Repr. Olms: Hildesheim 1961, 1969.

Czerniak, L. (2002), 'Troicznaja maszina w IXX wiekie (ternary machine in the 19th century)', *Computerworld Russia* **42**(347). zob. http://www.osp.ru/cw/2002/42/031_1_print.htm.

Davis, M. (2000), *The Universal Computer: The Road from Leibniz to Turing*, W. W. Norton & Company, New York.

Davis, M. (2001), *Engines of Logic. Mathematicians and the Origin of the Computer*, W. W. Norton & Company, New York.

De Morgan, A. ((1837-1843)), 'Description of a calculating machine, invented by Mr. Thomas Fowler of Torrington in Devonshire', *Abstracts of the Papers Printed in the Philosophical Transactions of the Royal Society of London 4* ss. 243–244. Abstract (De Morgan 1840).

De Morgan, A. (1840), 'Description of a calculating machine, invented by Mr Thomas Fowler of Torrington in Devonshire', AP.23.24., London: The Royal Society.

Dyson, G. B. (1997), *Darwin Among the Machines: The Evolution of Global Intelligence*, Helix Books/Addison Wesley. Tłum. polskie: *Darwin wśród maszyn. Rzecz o ewolucji inteligencji*, Prószyński, 2005.

Glaser, A. (1971), *History of Binary and Other Nondecimal Numeration*, Anton Glaser, Southampton, PA.

Goldstine, H. H. (1972), *The Computer from Pascal to von Neumann*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Hayes, B. (2001), 'Third base', *American Scientist* **89**(6), 490–494. http://www.americanscientist.org/content/AMSCI/AMSCI/-ArticleAltFormat/20035214317_146.pdf.

Heath, F. G. (1972), 'Le origini del codice binario', *Le Scienze* **51**, 90–97.

Kircher, A. (1669), *Ars Magna Sciendi*, Amsterdam. In XII Libros digesta, qua Nova & Universali Methodo ....

Knuth, D. E. (1969), *The art of computer programming*, Vol. 2 of *Seminumerical algorithms*, Addison-Wesley. Polski przekład: *Sztuka programowania*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, t. 1–3, 2001.

Künzel, W. (2006), 'The birth of the machine: Raymundus Lullus and his invention', URL: http://www.c3.hu/scca/butterfly/Kunzel/synopsis.html.

Koenderink, J. J. (1990), *Solid Shape*, MIT Press, Cambridge Mass.

Langley-Levy Moore, D. (1977), *Ada, Countess of Lovelace: Byron's Legitimate Daughter*, London.

Leibniz, G. W. (1666), *Dissertatio de Arte Combinatoria*, Leipzig.

Leibniz, G. W. (1679), *De Progressione Dyadica*, Vol. Pars I. Published in facsimile (with German translation) in Erich Hochstetter and Hermann-Josef Greve, eds., *Herrn von Leibniz' Rechnung mit Null und Einz* (Berlin: Siemens Aktiengesellschaft, 1966), pp. 46–47. English translation by Verena Huber-Dyson, 1995.

Leibniz, G. W. (1685), *Machina arithmetica in qua non additio tantum et subtractio sed et multiplicatio nullo, divisio vero paene nullo animi labore peragantur*, Vol. Math. III A.2-c.

Leibniz, G. W. (1697), 'Brief an den Herzog von Braunschweig-Wolfenbüttel Rudolph August, 2. Januar 1697', *http://www.fh-augsburg.de/ harsch/germanica/Chronologie/17Jh/Leibniz/lei_-bina.html* .

Leibniz, G. W. (1703), 'Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères 0 et 1, avec des remarques sur son utilité, et sur ce quélle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy', *Memoires de l'Académie Royale des Sciences* **3**, 85–89.

Leibniz, G. W. (1838/1840), *Deutsche Schriften*, Vol. I–II, Berlin.

Leibniz, G. W. (1890), *Philosophische Schriften*, Vol. VII, Berlin.

Leibniz, G. W. (1992), An explanation of binary arithmetic using only the characters 0 and 1, with remarks about its utility and the meaning it gives to the ancient Chinese figures of Fuxi, *w:* 'Moral Enlightenment: Leibniz and Wolff on China', Steyler Verlag, Nettetal, ss. 81–86. the Ching-Oxtoby translation.

Leibniz, G. W. (2006), *Sämtliche Schriften und Briefe*, Vol. 1 of *Zweite Reihe Philosophischer Briefwechsel*, Akademie Verlag.

Lloyd, S. & Ng, J. (2004), 'Wszechświat jako komputer', *Świat Nauki* .

Marciszewski, W. & Murawski, R. (1995), *Mechanization of Reasoning in a Historical Perspective*, Rodopi, Amsterdam.

Needham, J. (1956), *Science and Civilization in China*, Vol. 2.

Neuman, J. v. (1981), First Draft of a Report on the EDVAC, *w:* N. Stern, red., 'From ENIAC to UNIVAC: An Appraisal of the Eckert-Mauchly Computers', Digital Press, Bedford, Massachusetts, ss. 177–246.

Parea, A., Soriano, P. & Terzi, P. (1977), *L'aritmetica binaria e le altre aritmetiche di Giovanni Caramuel vescovo di Vigevano*, Centro Vigevanese per la Ricerca Scientifica pura ed applicata, ed. fuori commercio.

Peckhaus, V. (1994), Leibniz als Identifikationsfigur der britischen Logiker des 19. Jahrhunderts, *w:* 'VI. Internationaler Leibniz-Kongreß. Vorträge. I. Teil, Hannover, 18.–22.7.1994', Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft, Hannover, ss. 589–596.

Peckhaus, V. (1997), *Logik, Mathesis universalis und allgemeine Wissenschaft. Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jahrhundert*, Akademie Verlag, Berlin.

Peckhaus, V. (1999), '19th century logic between philosophy and mathematics', *The Bulletin of Symbolic Logic* **5**(4), 433–450.

Ryan, J. A. (1996), 'Leibniz' binary system and Shao Yong's Yijing', *Philosophy East & West* **46**.

Schupp, F. (1988), Einleitung. Zu II. Logik, *w:* A. H. Schupp, red., 'Leibniz' Logik und Metaphysik', Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt. (= Wege der Forschung; 328), 41–52.

Stein, D. (1987), *Ada: A Life and Legacy*, MIT Press, Cambridge.

Swade, D. (2002), *The Difference Engine: Charles Babbage and the Quest to Build the First Computer*, Penguin Books.

Swetz, F. J. (2003), 'Leibniz, the *Yijing*, and the religious conversion of the Chinese', *Mathematics Magazine* **76**(4), 276–291.

Turing, A. M. (1936–37), 'On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem', *Proceedings of the London Mathematical Society* **42**(Series 2), 230–265. Received May 25, 1936; Appendix added August 28; read November 12, 1936; corrections Ibid. vol. 43(1937), pp. 544–546. Turing's paper appeared in Part 2 of vol. 42 which was issued in December 1936 (Reprint in M. Davis (ed.) 1965, pp.116–151; corr. ibid. pp. 151–154). Online version: http://www.abelard.org/turpap2/tp2-ie.asp.

von Mackensen, L. (1990), Die ersten dekadischen und dualen rechenmaschinen, *w:* E. Stein & A. Heinekamp, eds, 'Gottfried Wilhelm Leibniz, Mathematiker, Physiker, Techniker', G.-W.-Leibniz-Gesellschaft, Hannover, ss. 52–61.

Wiener, N. (1948), *Cybernetics; or control and communication in the animal and the machine*, rev. ed. 1961 edn, MIT Press, Cambridge Mass.

Zacher, H. J. (1973), *Die Hauptschriften der Dyadik von G. W. Leibniz, ein Beitrag zur Geschichte des Binaeren Zahlensystems*, Frankfurt am Main.