PROBLEMY

ORGAN TOWARZYSTWA WIEDZY POWSZECHNEJ

Rok XI **1955** **Nr 1 (106)**

TREŚĆ:

Druk ukończono 10.1.1955.

ELEKTRONOWA MASZYNA MATEMATYCZNA ARR

Dr inż. LEON ŁUKASZEWICZ
Docent Instytutu Matematycznego P.A.N.

JEDNĄ z najpiękniejszych cech matematyki jest to, że pozwala ona na zasadzie praw przyrody przewidzieć za pomocą obliczeń wiele nowych faktów doświadczalnych.

Klasycznym przykładem tego jest astronomia. Prawa dynamiki, według których odbywa się ruch planet, mają postać formuł matematycznych odkrytych po raz pierwszy przez Newtona. Gdy chcemy np. przewidzieć, kiedy nastąpi najbliższe zaćmienie Słońca, na podstawie tych formuł układamy odpowiednie równania, w których czas zaćmienia występuje jako wielkość niewiadoma. Znalezienie liczbowej wartości tej niewiadomej wymaga dokonania dość skomplikowanych obliczeń, które jednak w tym przypadku umiemy przeprowadzić z wielką dokładnością.

Wykonywanie obliczeń matematycznych jest rzeczą na ogół trudną i długą i nie wszędzie daje się przeprowadzić z takim skutkiem jak w astronomii. Za przykład może służyć meteorologia. Aczkolwiek chmury znajdują się nieporównanie bliżej Ziemi niż gwiazdy i planety, jednakże tak wiele zjawisk wpływa na pogodę, że dokładnych obliczeń pozwalających przewidzieć, jaka będzie pogoda, nawet obecnie na ogół się nie robi. W trudnościach tych tkwi przyczyna częstej zawodności prognoz pogodowych.

Z potrzebą obliczeń matematycznych spotykamy się również w wielu działach techniki, a przede wszystkim tam, gdzie tworzy się rzeczy nowe. Gdy np. inżynier chce opracować przęsło mostowe nowego typu, pozwalające na oszczędniejsze zużycie materiałów konstrukcyjnych przy nie zmniejszonej wytrzymałości, to na podstawie praw statyki układa równania matematyczne, w których jako niewiadome występują wartości działających w przęśle sił. Liczbowe rozwiązanie tych równań mówi mu, czy siły są właściwie rozłożone, a więc czy jego pomysł rzeczywiście doprowadzi do oszczędności.

I w innych naukach ścisłych spotykamy się z dużym zapotrzebowaniem na obliczenia matematyczne. Obecnie fizycy badają budowę atomu za pośrednictwem skomplikowanych pojęć matematycznych. Często dla wyjaśnienia nowo zaobserwowanych zjawisk fizycy stawiają hipotezę, której nadają postać zależności matematycznej. Sprawdzenie słuszności tej hipotezy polega na przedyskutowaniu konsekwencji, jakie ona za sobą pociąga, a więc najczęściej na przeprowadzeniu wielu trudnych obliczeń.

Ogólnie mówiąc, powstawanie coraz to nowych pomysłów technicznych i coraz śmielszych hipotez naukowych stworzyło w ostatnich czasach po prostu głód na obliczenia matematyczne. Tworzono liczne biura obliczeniowe, zatrudniające dziesiątki, a nawet setki rachmistrzów, którzy uzbrojeni w różnego typu maszyny mechaniczne olbrzymim wysiłkiem, trwającym nieraz całe miesiące, dokonywali obliczeń zmierzających do rozwiązania zadanych im równań. W wielu przypadkach zadania te przekraczały możliwości takich biur, wskutek czego wiele problemów przez dużo lat daremnie czekało na konkretne rozwiązanie. Powodowało to nie tylko opóźnianie postępu nauki, ale również rozluźniało więź łączącą nauki teoretyczne z praktyką.

Pokonanie trudności obliczeniowych przyszło od strony techniki elektronowej. Ogromny postęp w opanowaniu przebiegów elektrycznych, związany z budową radaru i urządzeń automatycznego sterowania, stworzył realne podstawy budowy skomplikowanych i dokładnych elektronowych maszyn matematycznych, zwanych popularnie „mózgami elektronowymi". Rozwój ich poszedł od razu w dwóch różnych kierunkach: maszyn cyfrowych i maszyn pracujących na zasadzie realizacji.

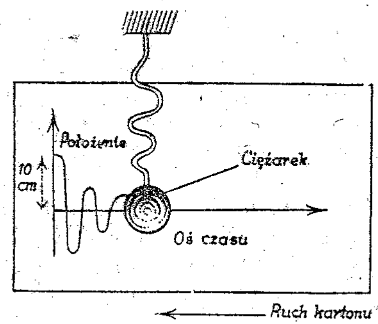
Elektronowe maszyny cyfrowe przypominają rachmistrza pracującego na mechanicznej maszynie do liczenia, z tą różnicą, że wszystkie jego czynności, jak wykonywanie czterech działań arytmetycznych, odczytywanie wyników, zapisywanie ich, porównywanie z innymi wynikami itp. odbywają się na drodze elektrycznej bez udziału człowieka. Dzięki szybkości przebiegów elektrycznych taki „elektronowy rachmistrz" pracuje niewiarygodnie szybko. Obliczenia przebiegają według z góry przygotowanego przez matematyków programu, w którym ustalona zostaje metoda rozwiązania, kolejność wykonywania działań itp. Zaletami maszyn cyfrowych jest ich wielka dokładność i uniwersalność, przy ich użyciu możemy przeprowadzić każde obliczenie, jakie mógłby wykonać odpowiednio duży zespół rachmistrzów. Wadą tych maszyn jest ich skomplikowana budowa i duże rozmiary, wyrażające się tysiącami lamp elektronowych, a ponadto konieczność sporządzania programów obliczeniowych, co wymaga specjalnie wyszkolonego personelu.

W bardzo wielu problematach, zwłaszcza gdy dokładność obliczeń nie potrzebuje być specjalnie duża, szczególne korzyści daje zastosowanie maszyn pracujących na zasadzie realizacji. Taką właśnie maszyną jest *Analizator Równań Różniczkowych* (w skrócie ARR), będący przedmiotem niniejszego artykułu. Na czym polega zasada realizacji, wyjaśnię dalej. Na razie wspomnę tylko, że maszyny tego typu są prostsze w budowie niż aparaty cyfrowe, a obsługi ich może nauczyć się w krótkim czasie każdy obeznany z odpowiednimi równaniami matematycznymi. Cechy te pozwalają na używanie tych aparatów nie tylko w instytutach matematycznych, ale również w instytutach przemysłowych i biurach konstrukcyjnych.

Historia elektronowych maszyn matematycznych nie jest długa. Pierwsze z nich powstały w czasie ostatniej wojny. W Polsce problemat ich budowy postawiony został w roku 1948 przez prof. dra Kazimierza Kuratowskiego, kiedy to pod jego kierownictwem powstawał Instytut Matematyczny. Jednym z głównych zadań Instytutu było powiązanie teoretycznych wyników matematyki z praktyką, a w szczególności z potrzebami gospodarki narodowej. Niezbędnym warunkiem do spełnienia tego zadania było stworzenie możliwości przeprowadzania wielu trudnych obliczeń. Zarysowały się również dwie drogi: pierwsza polegała na stworzeniu biura obliczeniowego starego typu, druga — na budowie elektronowych maszyn matematycznych. Obranie tej drugiej drogi nie wszystkim wydawało się realne. Było rzeczą wiadomą, że nie uda się sprowadzić z zagranicy maszyn elektronowych, a budowa ich w kraju wydawała się ponad siły. Jak bowiem wynikało z lakonicznych opisów w prasie zagranicznej, były to urządzenia ogromne, składające się z setek, jeśli nie tysięcy lamp elektronowych. Tymczasem u nas nie tylko nie było ani jednego specjalisty w tym zakresie, ale nawet żadnych szczegółów technicznych nie można było uzyskać. Trzeba więc było nie lada odwagi, aby nie zrazić się takimi trudnościami. I kto wie, czy doszłoby do rozpoczęcia badań w tym kierunku, gdyby nie wieloletnia tradycja matematyki polskiej polegająca na nieustępowaniu przed żadnymi naukowymi trudnościami. W utworzonej „Grupie Aparatów Matematycznych" Państwowego Instytutu Matematycznego z drem Henrykiem Greniewskim jako kierownikiem, inżynierowie Krystyn Bochenek, Romuald Marczyński i autor niniejszego artykułu przystąpili do opracowania pierwszych polskich elektronowych maszyn matematycznych: jedna została oparta na zasadzie cyfrowej, dwie na zasadzie analogii.

Uruchomioną w czerwcu ub. r. maszynę ARR zaprojektował autor niniejszego artykułu. Projekt ten nie powstał od razu w ostatecznej i skończonej postaci. Poprzedziły go liczne projekty odcinkowe, sprawdzane i uzgadniane z wynikami wielu prób laboratoryjnych, które wykazywały poprawność lub błędność przyjętych koncepcji. Do tych prób wiele pracy włożyli mgr inż. Andrzej Łazarkiewicz i laborant Andrzej Świtalski. Ostatecznym sprawdzianem projektu był zbudowany w Instytucie prototyp, który posłużył za wzór przy ustalaniu końcowej postaci analizatora. W opracowywaniu mechanicznej konstrukcji ARR udział wzięli: mgr inż. Tadeusz Bzowski i inż. Mieczysław Ławrynowicz, który ponadto kierował montażem urządzenia, przeprowadzonym w spółdzielni „Elektromatyka".

PRZEJDZIEMY teraz do wyjaśnienia zasady liczenia przez realizację. W tym celu posłużymy się następującym przykładem z mechaniki. Na sprężynie, przymocowanej do sufitu, zawieszamy ciężarek. W pewnej chwili podnosimy ciężarek na wysokość 10 cm, a następnie puszczamy swobodnie. Ciężarek rozpoczyna drgać na sprężynie, przy czym pierwsze wychylenie jest największe, a następne pod wpływem tarcia są coraz to mniejsze, aż w końcu ruch zupełnie ustaje. Dla bliższej analizy tego ruchu możemy sporządzić jego wykres posługując się sposobem przedstawionym na ryc. 1, a polegającym na tym, że do ciężarka przymocowujemy piszące piórko, które na kartonie, przesuwanym ruchem jednostajnym w poprzek ruchu ciężarka, kreśli nam linię krzywą, stanowiącą wykres ruchu. Oś pozioma na wykresie przedstawia nam oś czasu, na której punktom położonym bardziej na prawo odpowiadają późniejsze chwile czasu. Oś pionowa określa położenie ciężarka; początkowe wychylenie wyniosło, jak przyjęliśmy, 10 cm. O samym wykresie mówimy, że przedstawia on funkcję określającą położenie ciężarka w zależności od czasu.



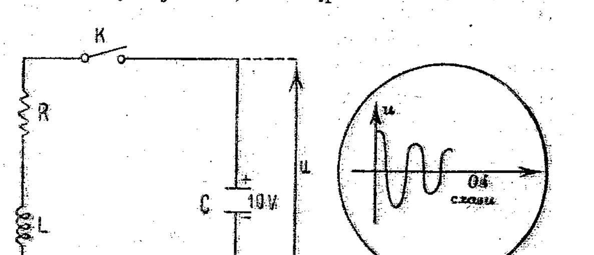
Ryc. 1

Ciężarek puszczony swobodnie na sprężynie kreśli na przesuwającym się kartonie wykres ruchu drgającego tłumionego.

Wykres ruchu ciężarka można również otrzymać na drodze czysto matematycznej, nie uciekając się do podanego eksperymentu. Wychodzimy ze stwierdzenia, że ruchem ciężarka kieruje odpowiednie prawo dynamiki Newtona i na tej podstawie układamy równanie różniczkowe tego ruchu. Najistotniejszą różnicą między równaniem różniczkowym a równaniem algebraicznym, znanym np. ze szkoły średniej równaniem kwadratowym, jest to, że szukaną niewiadomą jest nie liczba, lecz funkcja, a w naszym przykładzie funkcja określająca położenie ciężarka względem czasu. Dla prostych równań różniczkowych, np. dla równania występującego w naszym przykładzie, niewiadomą funkcję można wyrazić prostym wzorem matematycznym, po czym nietrudno już jest sporządzić wykres tej funkcji. Dla równań bardziej skomplikowanych uzyskanie wykresu funkcji niewiadomej wymaga na ogół bardzo żmudnych obliczeń.

Wyobraźmy sobie teraz taką sytuację. Zadano nam do rozwiązania równanie różniczkowe, przy czym rozwiązanie ma być przedstawione jako wykres funkcji niewiadomej spełniającej to równanie. Załóżmy teraz, że zadane równanie jest identyczne z równaniem określającym ruch zawieszonego na sprężynie ciężarka. Jeśli więc zbudujemy układ pokazany na ryc. 1, to piórko, kreśląc wykres funkcji określającej położenie ciężarka w zależności od czasu, będzie jednocześnie kreśliło wykres funkcji spełniającej zadane nam równanie. Ten właśnie sposób uzyskiwania rozwiązania nazywamy rozwiązywaniem drogą realizacji mechanicznej badanego równania.

W powyższym przykładzie realizowaliśmy równanie różniczkowe opierając się na zasadach mechaniki. Wygodniejszym na ogół sposobem jest oparcie się na zasadach nauki o elektryczności. Na przykład równanie różniczkowe ułożone dla ruchu ciężarka możemy też łatwo zrealizować budując układ elektryczny, przedstawiony na ryc. 2, składający się z kondensatora C, cewki indukcyjnej L, oporu R i klucza K. Gdy kondensator naładujemy do napięcia 10 V, a następnie zamkniemy klucz K, okaże się, że napięcie na kondensatorze nie spadnie jednostajnie do zera, lecz po pewnym czasie stanie się ujemne, następnie znów dodat-



Ryc. 2

Po zamknięciu klucza K napięcie u zmienia się w czasie analogicznie jak wychylenie puszczonego swobodnie ciężarka. Wykres napięcia uzyskany został na oscyloskopie.

nie itd., przy czym kolejne wychylenia stają się coraz mniejsze. Wykres tego napięcia w zależności od czasu otrzymać możemy posługując się specjalnym przyrządem, zwanym oscyloskopem, na którego ekranie wykres ten przyjmuje postać cienkiej świecącej linii, którą możemy obserwować bezpośrednio lub utrwalić fotograficznie. Taką właśnie fotografię przedstawia ryc. 2. Porównanie jej z wykresem ruchu ciężarka wykazuje, że obie krzywe mają ten sam kształt. Przyczyna tego tłumaczy się tym, że gdy wychodząc z praw elektrodynamiki ułożymy równanie różniczkowe przebiegu napięcia na kondensatorze, otrzymamy to samo równanie matematyczne, co w przypadku ruchu ciężarka. Innymi słowy, układ mechaniczny przedstawiony na ryc. 1 i układ elektryczny przedstawiony na ryc. 2 stanowią dwie różne realizacje tego samego równania.

Spostrzeżenie, że położenie ciężarka i wielkość napięcia na kondensatorze wyznaczone są tym samym równaniem różniczkowym, możemy wyzyskać w sposób następujący. Załóżmy, że chcemy otrzymać wykres ruchu ciężarka nie rozwiązując równania jego ruchu i nie budując urządzenia przedstawionego na ryc. 1. W tym celu budujemy układ elektryczny przedstawiony na ryc. 2, a wykonany dla niego wykres napięcia względem czasu, po odpowiedniej zmianie skali, może nam posłużyć jako wykres ruchu ciężarka. Tego rodzaju postępowanie nosi nazwę badania układu mechanicznego za pomocą analogii elektrycznej. Podobnie możemy badać również każde inne zjawisko fizyczne, jeżeli tylko stanowi ono realizację tego samego równania matematycznego co będący w naszej dyspozycji układ elektryczny. Z tego też powodu maszyny liczące przez realizację nazywamy często maszynami opartymi na zasadzie analogii.

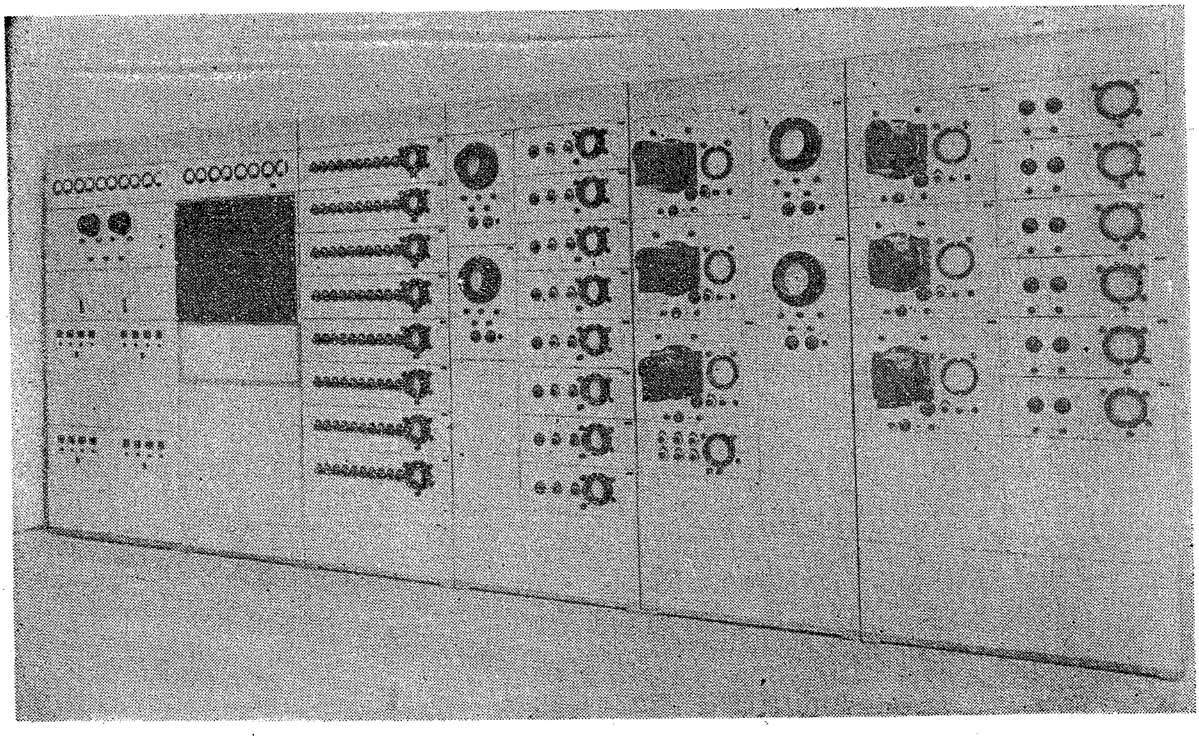
ANALIZATOR równań różniczkowych oparty jest na zasadzie realizacji elektrycznej. Aby jednak można było rozwiązywać równania o wiele trudniejsze i bardziej skomplikowane niż podane poprzednio równanie drgań, obwody liczące zestawia się nie z prostych oporów, cewek i kondensatorów, lecz ze specjalnych układów elektronowo-lampowych.

Ogólny widok ARR przedstawiono na ryc. 3. Jak widać, składa się on z sześciu szaf zawierających co następuje:

Pierwsza szafa, licząc od lewej, zawiera urządzenia zasilające, które energię pobieraną z sieci miejskiej przekazują we właściwej formie reszcie aparatury.

Druga szafa zawiera tablicę połączeniową, podobną do tablic w centralach telefonicznych. Przez dokonanie odpowiednich połączeń ustalamy, jaki typ równania analizator ma rozwiązać. Jeden układ połączeń może służyć np. do rozwiązania równania ruchu drgań ciężarka, inny — do rozwiązania równania z dziedziny astronomii.

Ryc. 3
Widok ogólny ARR.



Trzecia szafa zawiera osiem układów służących do sumowania funkcyj, pomnożonych przez współczynnik, którego wielkość ustala się przez odpowiedni obrót wyskalowanej gałki potencjometru, znak zaś przez odpowiednie położenie przełącznika. Gałki i przełączniki są dobrze widoczne na ryc. 3. W układach sumujących możemy zrealizować np. warunek, że w pewnym układzie mechanicznym suma sił równa się zeru.

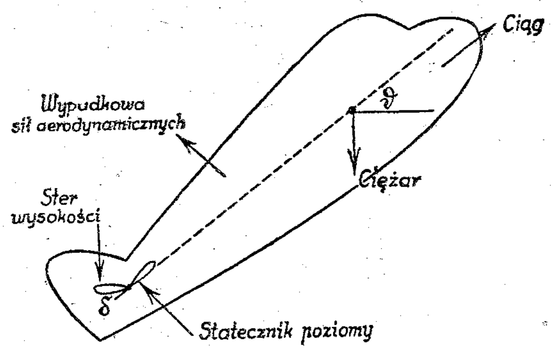
Czwarta szafa zawiera dwa oscyloskopy, na których otrzymujemy wykresy funkcji, oraz osiem układów całkujących. Układy całkujące pozwalają nam realizować takie zależności, jakie np. istnieją między przyspieszeniem a prędkością ruchu, natężeniem prądu i napięciem w cewce indukcyjnej itd.

W piątej szafie i szóstej widzimy sześć generatorów funkcyj, mających charakterystyczne występy zewnętrzne. Generatory te służą do realizacji funkcji, występujących w interesującym nas zagadnieniu jako wielkości znane. Gdyby np. w rozpatrywanym poprzednio przykładzie ciężarek nie drgał swobodnie, lecz działałaby na niego jeszcze pewna siła, której wykres względem czasu jest nam znany, to funkcję odpowiadającą temu wykresowi realizowalibyśmy w generatorze funkcyj.

W szóstej szafie, na prawym końcu analizatora umieszczonych jest sześć układów mnożących, realizujących mnożenie dwóch funkcyj zmiennych w czasie.

Ogólna liczba lamp pracujących w ARR wynosi w przybliżeniu 500.

Jako przykład pracy ARR przytoczymy następujące zagadnienie z mechaniki lotu. Przypuśćmy, że zaprojektowano samolot i że jeszcze przed zbudowaniem prototypu chcemy wiedzieć, jak będzie on reagował w locie np. na ruchy steru wysokości. Dla uproszczenia przyjmiemy, że samolot jed-

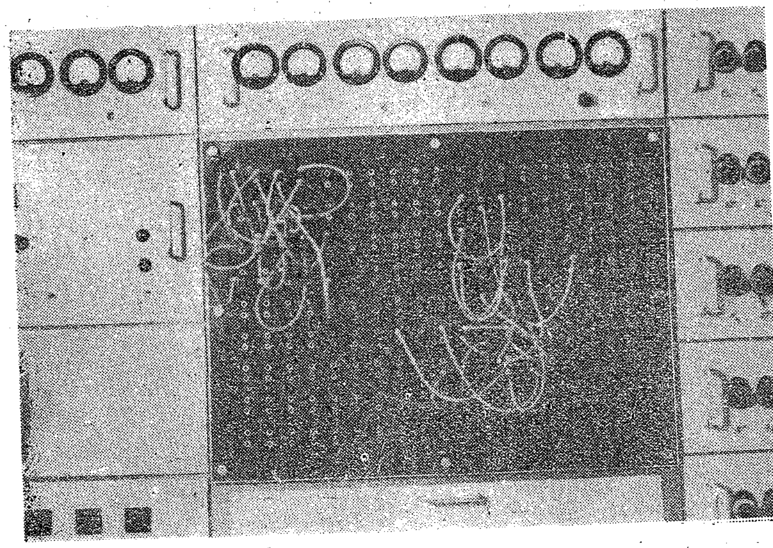


Ryc. 4
Siły działające na samolot.

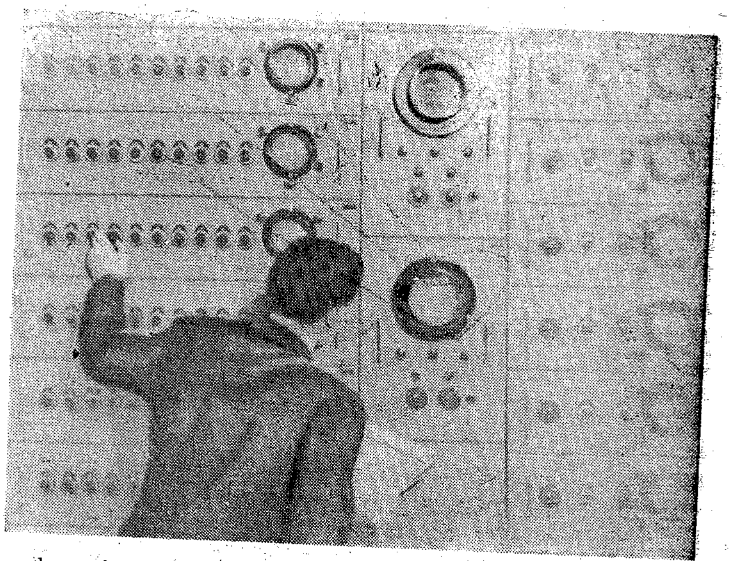
nocześnie nie skręca ani nie przechyla się na boki, a jedynie wznosi się lub opada.

Siły działające na samolot są pokazane na ryc. 4. Są to: siła ciągu, siła ciężkości oraz siła aerodynamiczna, powstała wskutek oddziaływania powietrza na poruszający się samolot. Wielkość i kierunek siły aerodynamicznej zależy przede wszystkim od kształtu samolotu, jego prędkości, kąta nachylenia do poziomu, oznaczonego na ryc. 4 przez ϑ, oraz od położenia sterów, a więc w naszym zagadnieniu od kąta oznaczonego przez δ. Jakiego rodzaju jest ta zależność, dowiadujemy się, badając mały model samolotu w tunelu aerodynamicznym. Obecnie interesuje nas zagadnienie, jak zmienia się w locie nachylenie samolotu do poziomu pod wpływem ruchów steru wysokościowego, ściślej więc, jak zależy kąt ϑ od kąta δ.

Dla przeprowadzenia zamierzonej analizy układamy najpierw równania ruchu samolotu. Nie będziemy ich tutaj wypisywali, nadmienimy tylko, że są one znacznie bardziej skomplikowane od równania ruchu ciężarka na sprężynie. Równania te przekazujemy ARR przez wykonanie odpowiednich



Ryc. 5
Na tej tablicy wykonane są połączenia sprawiające, że ARR rozwiązuje równanie lotu.



Ryc. 6
Przez proste pokręcanie gałek operator wyznacza wymiary samolotu, dające najlepsze wyniki podczas lotu.

połączeń na tablicy rozdzielczej (ryc. 5). Liczby wyrażające masę samolotu, jego wymiary, prędkość itd. ustalamy przez właściwy obrót wyskalowanych gałek w układach sumujących i całkujących. Po wykonaniu tych czynności uruchamiamy analizator, który na jedno rozwiązanie zużywa około $^1/_{30}$ sekundy i powtarza je 25 razy w ciągu jednej sekundy. Każde pojedyncze rozwiązanie wykreślane jest na ekranie lampy oscyloskopowej, dzięki czemu podobnie jak na filmie otrzymujemy złudzenie nieruchomego i prawie nie migającego obrazu. Na ryc. 6 widzimy operatora obserwującego rozwiązanie lotu. Wykres na górnym oscyloskopie przedstawia założony ruch steru w zależności od czasu (kąt δ jako funkcję czasu), wykres na dolnym oscyloskopie wynikające stąd położenie samolotu w zależności od czasu (kąt ϑ jako funkcję czasu). Operator przedstawiony na ryc. 6 nie zadowala się obserwacją jednego rozwiązania, lecz stara się zbadać, jak będzie przebiegał lot przy tym samym ruchu sterów, gdy w samolocie zmieniać będziemy powierzchnię statecznika poziomego (jest ona zaznaczona na ryc. 4). W tym celu lewą ręką obraca gałkę potencjometru, której położenie charakteryzuje wielkość tej powierzchni, i jednocześnie obserwuje zmiany krzywej obrazującej ruch samolotu. Gdy krzywa przyjmuje w końcu kształt najbardziej odpowiedni, operator odczytuje na skali umieszczonej na gałce liczbę, która mówi mu, jaka powierzchnia statecznika jest najwłaściwsza. To proste pokręcenie gałkami zastępuje tygodnie żmudnych obliczeń wykonywanych przez liczny zespół rachmistrzów.

Na zakończenie należy podkreślić, że zbudowana maszyna nie rozwiązuje wszystkich równań, a osiągana przez nią dokładność nie zawsze jest dostateczna. ARR nie jest jednak jedyną matematyczną maszyną elektronową, budowaną w obecnym Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk. Niewielka początkowo pracownia, przekształcona obecnie w duży Zakład Aparatów Matematycznych, pozostający pod ogólną opieką wicedyrektora Instytutu, prof. dra Stanisława Turskiego, wykonywa dalsze maszyny, zarówno oparte na zasadzie realizacji, jak i na zasadzie cyfrowej. Dopiero w połączeniu z tymi maszynami, a w szczególności z maszyną cyfrową, budowaną pod kierunkiem doc. mgra inż. Romualda Marczyńskiego, uzyska się komplet, w jaki wyposażone zostanie biuro obliczeniowe Instytutu. W biurze tym specjalnie wyszkoleni pracownicy dokonywać będą skomplikowanych obliczeń matematycznych, potrzebnych do rozwiązywania wielu problematów naukowych i technicznych.